

# НЕЛИНЕЙНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

Ю. В. Михлин

Национальный технический университет, Харьков, Украина

Нелинейные нормальные формы колебаний представляют собой обобщение нормальных колебаний линейных систем. В режиме нормальных колебаний конечномерная нелинейная система ведет себя подобно консервативной с одной степенью свободы, а все позиционные координаты являются однозначными функциями одной из них [1–3]. Криволинейные траектории нормальных колебаний в конфигурационном пространстве могут быть получены с использованием степенных рядов [2].

Пусть потенциальная энергия консервативной системы представляет собой положительно определенный полином от позиционных координат. При малых значениях энергии траектории нормальных колебаний определяются в виде степенных рядов по амплитуде, а при больших значениях — в виде степенных рядов по отрицательным степеням амплитуды. Для сращивания полученных локальных разложений и определения решений для произвольных значений амплитуды используются дробно-рациональные аппроксимации Паде [4].

Нелинейные нормальные колебания могут быть определены и в неавтономных или автоколебательных системах, близких к консервативным [5]. Используется построение траекторий в конфигурационном пространстве, а также обобщение метода Раушера.

Для исследования устойчивости нормальных колебаний во многих случаях может быть применена алгебраизация уравнений в вариациях по Айнсу. При этом в качестве новой независимой переменной выбирается некоторая позиционная координата [6]. Для некоторых классов нелинейных систем удается получить собственные значения задачи устойчивости, а также определить тип ответвляющихся решений. Выделены случаи, когда число зон неустойчивости в пространстве параметров системы конечно.

Методы теории нелинейных нормальных колебаний могут быть использованы в некоторых прикладных задачах [7–9].

Автор выражает благодарность Фонду фундаментальных исследований Украины (грант Ф25.1/042) за финансовую поддержку.

## Список литературы

1. *Rosenberg R.M.* Nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom // *Advances of Applied Mechanics*. New York: Academic Press, 1966. V. 9. P. 156–243.
2. *Маневич Л.И., Михлин Ю.В., Пилипчук В.Н.* Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем. М: Наука, 1989.
3. *Vakakis A., Manevitch L., Mikhlin Yu., Pilipchuk V., Zevin A.* Normal Modes and Localization in Nonlinear Systems. NY: Wiley, 1996.
4. *Mikhlin Yu.* Matching of local expansions in the theory of nonlinear vibrations // *Journal of Sound and Vibration*, 1995. № 4. V. 182. P. 577–588.
5. *Mikhlin Yu., Morgunov B.* Normal vibrations in near-conservative nonlinear systems // *Nonlinear Dynamics*. 2001. V. 25. P. 33–48.
6. *Mikhlin Yu., Zhupiev L.* An application of the Ince algebraization to the stability of non-linear normal vibration modes // *Int. J. of Nonl. Mechanics*. 1996. № 1. V. 32. P. 493–509.
7. *Avramov K., Mikhlin Yu., Kurilov E.* Asymptotical analysis of nonlinear dynamics of simply supported cylindrical shells // *Nonlinear Dynamics*. 2007. V. 47. P. 331–352.
8. *Avramov K., Mikhlin Yu.* Snap-through truss as a vibration absorber // *Journal of Vibration and Control*. 2004. V. 10. P. 291–308.
9. *Mikhlin Yu., Reshetnikova S.* Dynamical interaction of an elastic system and essentially nonlinear absorber // *J. of Sound and Vibration*. 2005. V. 283. P. 91–120.

## NONLINEAR NORMAL MODES AND THEIR STABILITY

Yu. V. Mikhlin

National Technical University, Kharkov, Ukraine

Methods of the nonlinear normal modes (NNMs) theory are presented. It Trajectories of the NNMs in configuration space are constructed as power series, both in conservative systems, and in near-conservative systems. Analysis of the NNMs stability can be made by using the Ince algebraization. Some applications of the nonlinear normal modes are discussed.