

**К. А. ГОРБУНОВ**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ», Харьков

## **СПОСОБ УЧЕТА НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЪЕКТА ОРГАНИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ**

При завданні початкових умов у рівнянні Планка уводяться деякі припущення, що не можуть бути прийнятними у випадку біологічного матеріалу. Зокрема, одним з припущень є попереднє охолодження органічного матеріалу до криоскопічної температури. У роботі запропонований засіб обліку початкової температури біологічного матеріалу, підданого заморожуванню, що заснований на застосуванні адіабатичного наближення для залежності середньооб'ємної температури некрижанної частини тіла від часу.

In chemical technology the Planck equation is used for the description of the cooling process of the organic derivation materials with their subsequent refrigerating. By such viewing initial temperature is supposed cryoscopy, that restricts its application for biological objects. In the present paper the method of the account of initial temperature based on the application of the adiabatic approach for the dependence of the volume average temperature for a non-refrigerated part of the object from time is proposed.

На современном этапе развития химических технологий роль процесса охлаждения неуклонно возрастает, и, в первую очередь, в области охлаждения, замораживания и консервирования продуктов биохимической, микробиологической и биофизической природы.

В этом случае теплофизические процессы занимают одно из ведущих мест, поскольку основу тепловых процессов составляет регулирование температуры. Поэтому управление этим средством воздействия составляет, по существу, теплофизическую задачу. Это относится ко всем процессам холодильной технологии органических материалов – охлаждению, замораживанию и отогреву [1].

В химической технологии, в частности, в холодильной, пищевой промышленности, а также биотехнологиях и медицине известно выражение для определения продолжительности охлаждения:

$$\tau = \frac{1}{m} \ln \left( \frac{\mathcal{G}_H}{\mathcal{G}} \right), \quad (1)$$

где  $m$  – темп охлаждения – конечная положительная величина, постоянная для тела данных размеров и формы при данной величине коэффициента его теплопроводности;

$\mathcal{G}_H$ ,  $\mathcal{G}$  – начальная и переменная избыточные температуры соответственно;  $\mathcal{G}_H = t - t_0$ ;  $\mathcal{G} = t_n - t_c$ .

При расчетах по выражению (1) множитель  $m$  задается по результатам экспериментальных данных. При этом считается, что постепенное убывание внутренних тепловыделений объектов исследования и одновременное сокращение отвода теплоты испарением взаимно компенсируется. Несмотря на

простоту данной зависимости и широкое использование в несложных теплофизических задачах холодильной технологии, этот закон не дает полного представления о регулярном тепловом режиме. Его можно считать лишь частным вариантом, применимым к однородным и неоднородным телам любой формы.

Еще одним примером анализа и контроля процесса охлаждения с последующим замораживанием объектов исследования могут служить результаты решения задачи, разработанной Р. Планком:

$$\tau = \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{ха}} l \left( \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right), \quad (2)$$

где  $\tau$  – время замораживания, с;

$\lambda$  – теплопроводность замороженной части тела, Вт/(м·К);

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от поверхности тела, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$l$  – толщина промерзшего слоя, мм;

$t_{кр}$  – криоскопическая температура, °С;

$t_{ха}$  – температура хладоагента, °С.

При выводе формулы Планка задаются некоторыми допущениями, одним из которых является следующее: тело перед началом замораживания охлаждено до криоскопической температуры.

Для того, чтобы тело перед замораживанием имело во всех точках криоскопическую температуру, необходимо выдерживать его при этой температуре длительное время. Реально же органические материалы перед замораживанием имеют температуру  $t_{нач} > t_{кр}$ , где  $t_{нач}$  равно температуре окружающей среды. Такой объект подвергается процессу замораживанию, проходя две стадии: вначале он охлаждается до криоскопической температуры. Затем начинается непосредственное замораживание. Необходимо отметить, что в этот момент температура тела только на поверхности равна криоскопической. Внутри него она будет выше. Таким образом, в момент начала собственно замораживания объект будет охлажден заведомо неравномерно.

Поэтому, считается практически важным рассмотрение способа учета начальной температуры, при использовании которого не требуется привлечения каких-либо искусственных предположений о распределении температуры в незамороженной части тела.

Предлагаемый способ основан на применении адиабатического приближения для зависимости среднеобъемной температуры незамороженной части тела от времени. Суть его сводится к следующему:

- составляется дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет среднеобъемная температура в случае, когда происходит остывание неизменной по размерам незамороженной части, температура границы которой равна криоскопической;

- в полученном уравнении заменяется постоянный размер незамороженной части тела на меняющийся во времени согласно уравнению Планка, опи-

сывающему движению фронта промораживания. Поскольку при замораживании скорость процесса значительно меньше, чем при охлаждении, то использование такого адиабатического приближения представляется оправданным;

проинтегрировав уравнение, получаем зависимость среднеобъемной температуры замороженной части тела от толщины замороженного слоя;

– составив уравнение теплового баланса и проинтегрировав его, получаем время замораживания.

Рассмотрим случай промерзания пластины. Пусть  $t_{cp}(\tau)$  – среднеобъемная температура незамороженного слоя,  $t_{cp}(0) = t_1$  – она же в момент начала процесса замораживания.

В случае охлаждения пластины толщиной  $2R$ , температура поверхности которой поддерживается равной  $t_{кр}$ , среднеобъемная температура  $t_{cp}(\tau)$  описывается бесконечным рядом, причем при достаточно больших значениях времени основной вклад в ряд вносит первый член. Так как замораживание – длительный процесс, целесообразно использовать приближение первого члена ряда. В этом случае уравнение для  $t_{cp}(\tau)$  будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dt_{cp}(\tau)}{t_{cp}(\tau) - t_{кр}} = -\frac{\pi^2 \lambda_n d\tau}{4C_n \rho R^2} \quad (3)$$

где  $\lambda_n$  – теплопроводность незамороженной части тела.

Заменяя в уравнении (3)  $R$  на  $R - l$ , а  $d\tau$  выражая через  $dl$  и используя уравнение Планка, описывающее движение фронта кристаллизации, получим:

$$\frac{dt_{cp}(l)}{t_{cp}(l) - t_{кр}} = -\frac{\pi^2 \lambda_n}{4C_n \rho (R-l)^2} \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{х1}} \left( \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (4) с учетом начального условия, получим:

$$t_{cp}(l) - t_{кр} = (t_1 - t_{кр}) \left( \frac{R-l}{R} \right)^{\frac{-\pi^2 K}{4}} \exp \left[ \frac{\pi^2 K}{4} \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) \left( 1 - \frac{R}{R-l} \right) \right], \quad (5)$$

где  $K$  – безразмерный критерий, представляющий собой отношение характерного времени замораживания к характерному времени остывания незамороженного тела;

$$K = \frac{\lambda_n q}{C_n (t_{кр} - t_{х1}) \lambda}$$

Избыточное теплосодержание замороженной части (избыточное по сравнению со случаем, когда вся незамороженная часть имеет криоскопическую температуру) в расчете на единицу поверхности запишется в виде:

$$Q(l) = C_n \rho (R-l) (t_{cp}(l) - t_{кр}). \quad (6)$$

Теперь составим уравнение теплового баланса:

$$q\rho dl - dQ(l) = (t_{kp} - t_{xl}) \left( \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} d\tau \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что теплота кристаллизации  $q\rho dl$  и теплота, отведенная от незамороженной части  $dQ(l)$ , должны быть отведены теплопроводностью через замороженный слой.

Подставляя уравнение (5) и (6) в выражение (7) и интегрируя его, получим:

$$\begin{aligned} \Delta\tau = C_n \rho \frac{t_1 - t_{kp}}{t_{kp} - t_{xl}} \exp \left[ \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \right] \int_0^R \left( \frac{R-l}{R} \right)^{-An-1} \times \\ \times \exp \left[ \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \frac{R-l}{R} \right] \left[ (1-K_n) \frac{R-l}{R} + \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \right] \times \\ \times \left( \frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} - \frac{R-l}{R} \right) dl = C_n \rho R \frac{t_1 - t_{kp}}{t_{kp} - t_{xl}} \left[ \frac{R}{\lambda} f_n(K_n, Bi) + \frac{1}{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

где  $K_n = \frac{\pi^2 K}{4}$ ;

$$f_n(K_n, Bi) = \left[ \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \right]^{2-K_n} \times \exp \left[ \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \right] \Gamma \left[ K_n - 2, \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) K_n \right];$$

$\Gamma(a, z) = \int t^{a-1} e^{-t} dt$  – неполная гамма-функция;

$$\Delta\tau = C_n \rho R \frac{t_1 - t_{kp}}{t_{kp} - t_{xl}} \text{ – уравнение Планка;}$$

$$\left[ \frac{R}{\lambda} f_n(K_n, Bi) + \frac{1}{\alpha} \right] \text{ – добавка на начальную температуру тела.}$$

Теперь, используя известные асимптотические свойства неполной гамма-функции и интеграла ошибок, можно подобрать аппроксимирующие выражения для  $f(K, Bi)$ :

$$f(K, Bi) = \left[ 2 + \pi^2 \left( \frac{1}{2Bi} + \frac{1}{4} \right) K \right]^{-1} \quad (9)$$

Выражение (9) позволяет достаточно просто и надежно рассчитывать добавку к формуле Планка, учитывающую начальную температуру тела.

**Список литературы:** 1. *Рогов И.А., Куцакова В.Е., Фиталтов В.И., Фролов С.В.* Консервирование пищевых продуктов холодом (теплофизические основы). – Москва: Колос, 1999. – 174 с.

Поступила в редколлегию 15.04.2003