$$Q_{0} = \frac{2}{\delta} \cdot \frac{\mu_{1}}{\mu_{cr}} \cdot \frac{R^{2} \left[\left(\frac{\beta_{\text{TM}_{01}} \mu'_{01}}{\kappa_{\text{TM}_{01}}^{2} R} \right)^{2} + 1 \right] B + 2I_{1}}{2 \left(R \cdot B + 2I_{2} \right)}.$$
(21)

Висновки 1. Необхідна розробка сучасних контролюючих метеорологічних систем, основаних на визначенні електрофізичних характеристик атмосферного повітря, побудованих й обґрунтованих на математичних моделях і технічних вимогах до цих систем.

2. Аналіз, виконаний за допомогою ЕОМ, показує, що власна добротність біконічного резонатора з міді для хвиль типу E_{010} в чотири – п'ять разів вище теоретичної добротності циліндричних закритих резонаторів і може становити 10^6 . А це вказує на високу чутливість даного пристрою.

Список литературы: 1. Шевченко С.Ю., Волохін В.В. Оцінка можливості використання даних державних метеостанцій для контролю стану об'єктів електричних мереж // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Техніка і електрофізика високих напруг. – Харків: НТУ «ХІП». – 2008. №21 – С. 143-147. 2. Лебединський І.Л., Шевченко С.Ю., Волохин В.В. Способы и устройства предупреждения гололёдно-изморозевых образований // Вісник Сумського державного університету.–2008. № 2.–С.21-25. 3. Шевченко С.Ю., Волохін В.В. Моделювання розподілу електромагнітних полів у відкритому біконічному резонаторі // Методи та прилади контролю якості. – Івано-Франківськ: Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. – 2008. – № 20. – С. 65-69. 4. Лебедев И.В. Техника и приборы сверхвысоких частот, т. І, М. – Л., Госэнергоиздат, 1961. - 512 с. 5. Харвей А.Ф. Техника сверхвысоких частот. - М.:Сов. радио, 1965.-783 с. 6. Шевченко С.Ю., Волохін В.В. Розрахунок електромагнітних полів у відкритому біконічному резонаторі // Енергетика та електрифікація – Київ, 2008. – № 12. С. 51-58.

УДК 681.2:621.3.082.1

ТАРАНЕНКО Ю.К., канд. техн. наук, Днепропетровский университет экономики и права

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВИБРАЦИОННЫХ ПЛОТНОМЕРОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РЕЗОНАТОРАМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ К КОЛЕБАНИЯМ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ КОНТРОЛИРУЕМОЙ СРЕДЫ

У статті розглянута методика розрахунку вібраційних густиномірів рідини і газу, з використанням циліндричних резонаторів. Методика дозволяє виключити додаткові датчики температури та тиску, подавати контрольоване середовище тільки у внутрішню порожнину двох циліндричних резонаторів датчика густини, виключити демпфірування коливань у зазорах систем збудження коливань циліндрів.

1. Анализ существующих проблем виброчастотных методов контроля плотности жидкости и газа

Среди средств аналитического контроля автоматические плотномеры жидкостей и газов занимают особое место. Состав любого газа или низковязкой жидкости характеризуется плотностью или удельным весом. Непрерывный и точный мониторинг плотности или зависящих от плотности переменных будет определять любые изменения компонентов процесса или качество финального продукта в режиме реального времени, что позволяет повысить производительность, минимизировать отходы и снизить издержки по сравнению с методом отбора проб [1]. Весьма важным является измерение плотности жидких и газообразных веществ, при их количественном учете в единицах массы. Массовый расход определяется по показаниям плотномера и объёмного расходомера.

Широкому промышленному использованию плотномеров препятствует их несовершенство, связанное с низкими метрологическими показателями, трудоёмкостью монтажа и обслуживания, большими габаритами и массой, низкой надёжностью. Возрастающие требования к совершенству средств измерения заставляют исследователей искать новые методы измерения, одним из которых является виброчастотный [2]. Виброчастотные плотномеры преобразуют измеряемый параметр в частотно - модулированный выходной сигнал без промежуточных преобразователей, что обеспечивает высокую точность измерения в нормальных условиях эксплуатации.

Изменение температуры контролируемой среды приводит к существенным погрешностям контроля плотности виброчастотными методами. Например, для резонаторов изготовленных из нержавеющей стали X18H10T, чувствительность к температуре превышает чувствительность к основному контролируемому параметру – плотности. Существенное влияние на показания виброчастотных плотномеров оказывает давления и скорость течения среды через датчик. Поэтому все серийно выпускаемые виброчастотные плотномеры снабжены датчиками температуры, установленными в местах подвода и вывода из резонатора жидкости или газа, а некоторые и датчиком давления [3]. Виброчастотные плотномеры с цилиндрическим резонатором отличаются высокой чувствительностью, поэтому используются как для измерения плотности жидкостей, так и для измерения плотности газов и газовых смесей. Такие плотномеры снабжены дополнительным датчиком температуры в виде термопары или термометра сопротивления, а компенсация влияния давления осуществляется путём подачи измеряемой среды, как со стороны внутренней поверхности цилиндра [4]. При таком методе построения виброчастотных плотномеров возникает две следующие проблемы, ограничивающие область применения метода в целом. Первая, состоит в инерционности температурной коррекции связанной с постоянной времени датчика

температуры. Вторая, в демпфировании колебаний цилиндра в зазорах системы возбуждения колебаний, что снижает добротность резонатора, а следовательно точность измерения плотности жидкости или газа.

Решением проблемы является изобретённый автором способ измерения плотности, который предусматривает дифференциальное включение двух механических резонаторов с разной чувствительностью к измеряемой плотности жидкости или газа и близкими чувствительностями к температуре и давлению [5].

Вибрационные плотномеры, построенные на основе дифференциального метода, не требуют дополнительных датчиков температуры и давления, практически инвариантны к изменениям указанных параметров. Однако методика расчёта конструктивных параметров виброчастотных плотномеров на основе цилиндрических резонаторов до настоящего времени не была разработана.

2. Определение условий инвариантности к колебаниям температуры контролируемой среды

В работе [6] автором получены соотношения для функции измерительного преобразования плотности жидкости или газа в разностную частоту цилиндрических резонаторов дифференциального датчика

$$\begin{aligned} f_{II} &= f_{1} - f_{2} \\ f_{1} &= \frac{\lambda_{1}}{L_{1}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{G_{A}}{m_{IIA} + m_{IIPA}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L_{1}^{2}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot \lambda_{1}^{2} \cdot G_{A}} \cdot \left[\pi^{2} \cdot N_{Z}^{1} + 4 \cdot k_{IIA}^{2} \cdot N_{S}^{1}\right]} \\ f_{2} &= \frac{\lambda_{2}}{L_{2}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{G_{B}}{m_{IIB} + m_{IIPB}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L_{2}^{2}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot \lambda_{2}^{2} \cdot G_{B}} \cdot \left[\pi^{2} \cdot N_{Z}^{2} + 4 \cdot k_{IIB}^{2} \cdot N_{S}^{2}\right]} \\ r_{II}e \ \lambda_{1} &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\pi^{2} + 4 \cdot k_{IIA}^{2}\right)^{2} + \frac{12 \cdot \pi^{4} \cdot k_{IIA}^{4} \cdot \left(1 - \mu^{2}\right)}{k_{AA}^{2} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot k_{IIA}^{2}\right)^{2}}, \lambda_{2} &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\pi^{2} + 4 \cdot k_{IIB}^{2}\right)^{2} + \frac{12 \cdot \pi^{4} \cdot k_{IIB}^{4} \cdot \left(1 - \mu^{2}\right)}{k_{AB}^{2} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot k_{IIA}^{2}\right)^{2}}, \end{aligned}$$

 f_{d} – выходной частотный сигнал дифференциального датчика, f_1, f_2 – частоты колебаний резонаторов в жидкости или газе, L_1 , L_2 – длины цилиндров; a_1 , a_2 - внутренние радиусы сечения цилиндров, h_1 , h_2 - толщина стенок цилиндров, $G_A = E_A \cdot h_1^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$, $G_B = E_B \cdot h_2^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$ – цилиндрические жёсткости резонаторов, E_A , E_B – модули упругости материала цилиндров; μ - коэффициент Пуассона, $k_{IIA} = L_1 / a_1$, $k_{IIB} = L_2 / a_2$ - относительная длина резонаторов; $k_{AA} = h_1 / a_1$, $k_{AB} = h_2 / a_2$ – относительная толщина стенки резонаторов, $m_{IIA} = \rho_{IIA} \cdot h_1$, $m_{IIB} = \rho_{IIB} \cdot h_2$ – массы единицы площади поверхности резонаторов; ρ_{IIA} , ρ_{IIB} - плотность материала резонаторов, $m_{IIA} = K_{PA} \cdot \rho_P \cdot a_1$, $m_{IIPB} = K_{PB} \cdot \rho_P \cdot a_2$ - "присоединённые" массы жидкости или газа приходящиеся на единицу площади поверхности цилиндров, K_{PA} , K_{PB} - относительная толщина слоя "присоединённой" массы жидкости или газа; ρ_P - плотность контролируемой среды; N_Z^1 , N_S^1 , N_S^2 , N_S^2 – усилия действующие в осевом z и в окружном s направлениях к срединной поверхности цилиндров.

Следует отметить, что соотношения (1) получены на основе известного в теории колебаний допущения о том, что при перемещении колеблющегося упругого тела из вакуума в жидкость или газ форма его колебаний не меняется, а воздействие среды на частоту его колебаний подобно действию некой "присоединённой массы", добавляемой к собственной массе упругого тела.

Из системы (1) следует, что чувствительность дифференциального датчика зависит от относительной толщины К_p слоя "присоединённой массы" контролируемой среды. Экспериментальные и теоретические исследования по определению К_p в зависимости от свойств жидкости, размеров цилиндра и корпуса, в котором он установлен, частоты колебаний цилиндра [7], позволяют сделать следующие выводы для дифференциального датчика:

1. Для размещения двух резонаторов в общем корпусе расстояния между внутренними краями резонаторов должно быть больше двух их граничных размеров (удвоенной величины большего из диаметров срединной поверхности цилиндров);

2. Величина К_р в рабочем диапазоне частот колебаний остается постоянной и находится в пределах 0,2÷0,22.

Величина K_p для цилиндрического резонатора выбранной формы определяется экспериментально по следующей методике. Измеряя частоты резонаторов $f_1(\rho_1)$, $f_1(\rho_2)$, $f_2(\rho_1)$, $f_2(\rho_2)$ в жидкостях или газах с известными плотностями ρ_1 , ρ_2 , при нормальных условиях, без учёта влияния избыточного давления $N_Z^1 = N_S^1 = N_Z^2 = N_S^2 = 0$, можно, используя систему (1) составить следующую систему уравнений.

$$f_{1}(\rho_{1}) = f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_{1} \cdot \rho_{IIA}}{h_{1} \cdot \rho_{IIA} + a_{1} \cdot K_{PA} \cdot \rho_{1}}}, f_{1}(\rho_{2}) = f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_{1} \cdot \rho_{IIA}}{h_{1} \cdot \rho_{IIA} + a \cdot K_{PA} \cdot \rho_{2}}}$$

$$f_{2}(\rho_{1}) = f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_{2} \cdot \rho_{IIB}}{h_{2} \cdot \rho_{IIB} + a_{2} \cdot K_{PB} \cdot \rho_{1}}}, f_{2}(\rho_{2}) = f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_{2} \cdot \rho_{IIB}}{h_{2} \cdot \rho_{IIB} + a_{2} \cdot K_{PB} \cdot \rho_{2}}}$$

$$(2)$$

где
$$f_{01} = \frac{0,303 \cdot \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A}{\rho_{IIA}}}$$
, $f_{02} = \frac{0,303 \cdot \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B}{\rho_{IIB}}}$ - начальные частоты цилиндрических резонаторов.

Значение относительных толщин "присоединённой массы" контролируемой среды К_{РА}, К_{РВ} определяются из соотношений, полученных из системы (2).

$$K_{PA} = \frac{h_{1} \cdot \rho_{IIA}}{a_{1} \cdot (\rho_{1} - \rho_{2})} \cdot \left[\left(\frac{f_{01}}{f_{1}(\rho_{1})} \right)^{2} - \left(\frac{f_{01}}{f_{1}(\rho_{2})} \right)^{2} \right],$$

$$K_{PB} = \frac{h_{2} \cdot \rho_{IIB}}{a_{2} \cdot (\rho_{1} - \rho_{2})} \cdot \left[\left(\frac{f_{02}}{f_{2}(\rho_{1})} \right)^{2} - \left(\frac{f_{02}}{f_{2}(\rho_{2})} \right)^{2} \right].$$
(3)

Влияние температуры на параметры резонаторов можно учесть при помощи следующих соотношений: $a_1 = a_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$, $a_2 = a_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$, $h_1 = h_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$, $h_2 = h_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$, $E_A = E_A \cdot (1 - \beta_{EA} \cdot \Delta t)$, $E_B = E_B \cdot (1 - \beta_{EB} \cdot \Delta t)$, $\rho_{ILA} = \rho_{ILA} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t)$, $\rho_{ILB} = \rho_{ILB} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t)$, $\rho_P = \rho_P \cdot (1 - \beta_V \cdot \Delta t)$, где: α_1, α_2 температурные коэффициенты линейного расширения материала резонаторов (°C⁻¹); β_{EA} , β_{EB} – температурные коэффициенты модуля упругости материала резонаторов (°C⁻¹); β_V – коэффициент объемного расширения контролируемой среды (°C⁻¹). $\Delta t = t - t_0$ – отклонение температуры от $t_0 = 20$ °C (Для упрощения записи, верхние индексы t u t₀ при параметрах a_1 , a_2 , h_1 , h_2 , E_A , E_B , ρ_{ILA} , ρ_{ILB} , ρ_P пропущены).

Перепишем систему (1), с учётом приведенных температурных зависимостей.

$$f_{\mathcal{A}} = f_{1}(\rho_{P}) - f_{2}(\rho_{P}) - - [f_{1}(\rho_{P}) \cdot \varphi_{A} - f_{2}(\rho_{P}) \cdot \varphi_{B}] \cdot \Delta t f_{1}(\rho_{P}) = \frac{0,303 \cdot \lambda_{1} \cdot h_{1}}{L_{1}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{E_{A} \cdot h_{1}}{h_{1} \cdot \rho_{ILA} + a_{1} \cdot K_{PA} \cdot \rho_{P}}} f_{2}(\rho_{P}) = \frac{0,303 \cdot \lambda_{2} \cdot h_{2}}{L_{2}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{E_{B} \cdot h_{2}}{h_{2} \cdot \rho_{ILB} + a_{2} \cdot K_{PB} \cdot \rho_{P}}}$$
 (4)

где $\phi_A = \vartheta_1 \cdot (A + \gamma_1 \cdot \rho_P)/(A + \rho_P)$, $\phi_B = \vartheta_2 \cdot (B + \gamma_2 \cdot \rho_P)/(B + \rho_P)$ - температурные коэффициенты частот резонаторов; $A = (h_1 \cdot \rho_{ILA})/(K_{PA} \cdot a_1)$, $B = (h_2 \cdot \rho_{ILB})/(K_{PB} \cdot a_2)$ – постоянные резонаторов, которые определяются теоретически на стадии проектирования и уточняются экспериментально после изготовления резонаторов; $\vartheta_1 = 0.5 \cdot (\beta_{EA} - \alpha_1)$, $\gamma_1 = (\beta_{EA} + 2 \cdot \alpha_1 - \beta_V)/(\beta_{EA} - \alpha_1)$, $\vartheta_2 = 0.5 \cdot (\beta_{EB} - \alpha_2)$, $\gamma_2 = (\beta_{EB} + 2 \cdot \alpha_2 - \beta_V)/(\beta_{EB} - \alpha_2)$ – температурные постоянные резонаторов.

Приравняв нулю, множитель при Δt в первом уравнении системы (4), для заданной точки $\rho_P = \rho_K$ диапазона контроля плотности, с учётом соотношений для ϕ_A , ϕ_B , $f_1(\rho_P)$, $f_2(\rho_P)$, получим условие инвариантности к колебаниям температуры в виде:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2} \right)^{2} + 10.92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{1}^{4}}{a_{1}^{4}} \cdot \frac{a_{1}^{2}}{h_{1}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2} \right)^{-2}}{\left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2} \right)^{2} + 10.92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{2}^{4}}{a_{2}^{4}} \cdot \frac{a_{2}^{2}}{h_{2}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2} \right)^{-2}} \end{bmatrix}^{0.5} \cdot \frac{9_{1}}{9_{2}} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \right)^{1.5} \cdot \frac{L_{2}^{2}}{L_{1}^{2}} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \right)^{1.5} \cdot \frac{L_{2}^{2}}{L_{1}^{2}} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} - \frac{h_{1}}{h_{2}} \right)^{0.5} \cdot \frac{9_{1}}{(h_{2} \cdot \rho_{1L})^{1.5}} \cdot \frac{9_{1}}{(h_{1} \cdot \rho_{1L})^{1.5}}$$

3. Определение условий инвариантности к колебаниям давления контролируемой среды

Влияние внутреннего давления на частоту колебаний цилиндрического резонатора можно учесть воспользовавшись соотношениями для усилий N_z^1 , N_s^1 , N_z^2 , N_s^2 , зависящих от внутреннего давления и действующих в осевом и окружном направлении срединной поверхности цилиндра [8].

$$\begin{split} N_{z}^{1} &= 0, 5 \cdot \Delta p \cdot a_{1} \\ N_{z}^{2} &= 0, 5 \cdot \Delta p \cdot a_{2} \\ N_{s}^{1} &= \Delta p \cdot a_{1}, \\ N_{s}^{2} &= \Delta p \cdot a_{2} \end{split} \right\} . \eqno(6)$$

где Δp - перепад давления между наружной и внутренней поверхностями резонаторов.

Подставив систему (6) в систему уравнений (1), учитывая, что $\frac{2,73 \cdot L_1^2}{\pi^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3} \cdot \left[\pi^2 \cdot N_Z^1 + 4 \cdot \frac{L_1^2}{a_1^2} \cdot N_S^1\right] <<1,$

 $, \frac{2,73 \cdot L_2^2}{\pi^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3} \cdot \left\lfloor \pi^2 \cdot N_Z^2 + 4 \cdot \frac{L_2^2}{a_2^2} \cdot N_S^2 \right\rfloor <<1$ получим соотношения для частот резонаторов и датчика в виде:

$$\begin{aligned} & f_{II} = f_{I}(\rho_{P}) - f_{2}(\rho_{P}) - \\ & - \left[f_{I}(\rho_{P}) \cdot \phi_{A} - f_{2}(\rho_{P}) \cdot \phi_{B} \right] \cdot \Delta p \\ & f_{I}(\rho_{P}) = \frac{0.303 \lambda_{I} \cdot h_{I}}{L_{I}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{E_{A} \cdot h_{I}}{h_{I} \cdot \rho_{IIA} + a_{I} \cdot K_{PA} \cdot \rho_{P}}} \\ & f_{2}(\rho_{P}) = \frac{0.303 \lambda_{2} \cdot h_{2}}{L_{2}^{2}} \cdot \sqrt{\frac{E_{B} \cdot h_{2}}{h_{2} \cdot \rho_{IIB} + a_{2} \cdot K_{PB} \cdot \rho_{P}}} \end{aligned}$$

$$(7)$$

где $\phi_{A} = \frac{1,365 \cdot L_{1}^{2} \cdot a_{1}}{\pi^{2} \cdot \lambda_{1}^{2} \cdot E_{A} \cdot h_{1}^{3}} \cdot \left(\frac{\pi^{2}}{2} + 4 \cdot \frac{L_{1}^{2}}{a_{1}^{2}}\right), \phi_{B} = \frac{1,365 \cdot L_{2}^{2} \cdot a_{2}}{\pi^{2} \cdot \lambda_{2}^{2} \cdot E_{B} \cdot h_{2}^{3}} \cdot \left(\frac{\pi^{2}}{2} + 4 \cdot \frac{L_{2}^{2}}{a_{2}^{2}}\right) -$ коэффициенты влияния перепада

давлений на частоты цилиндрических резонаторов.

Приравнивая к нулю множитель при $\Delta \mathbf{p}$ в первом уравнении системы (7), с у чётом соотношений для ϕ_A , ϕ_B , $f_1(\rho_P)$, $f_2(\rho_P)$ получим условия инвариантности датчика к давлению для заданного значения контролируемой плотности ρ_K в виде:

$$\frac{\left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2}\right)^{2} + 10,92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{2}^{4}}{a_{2}^{4}} \cdot \frac{a_{2}^{2}}{h_{2}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2}\right)^{-2}}{\left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2}\right)^{2} + 10,92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{1}^{4}}{a_{1}^{4}} \cdot \frac{a_{1}^{2}}{h_{1}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2}\right)^{-2}} \cdot \frac{E_{B}}{E_{A}} \cdot \left(\frac{h_{2}}{h_{1}}\right)^{3} \cdot \frac{a_{1}}{a_{2}} \cdot \frac{K_{PB}}{K_{PA}} \cdot \frac{(h_{2} \cdot \rho_{IIB})/(K_{PB} \cdot a_{2}) + \rho_{K}}{(h_{1} \cdot \rho_{IIA})/(K_{PA} \cdot a_{1}) + \rho_{K}} = \left(\frac{\pi^{2} + 8 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2}}{\pi^{2} + 8 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2}}\right)^{2}$$

$$(8)$$

Анализ соотношения (8), показывает, что если $\frac{(h_2 \cdot \rho_{IIB})/(K_{PB} \cdot a_2) + \rho_K}{(h_1 \cdot \rho_{IIA})/(K_{PA} \cdot a_1) + \rho_K} = 1$ дифференциальный датчик

инвариантен к изменению давления во всем диапазоне измерения плотности, а само условие (8) распадается на два следующих условия обвиненных в систему:

$$\frac{\mathbf{h}_{2} \cdot \rho_{IIB}}{\mathbf{K}_{PB} \cdot \mathbf{a}_{2}} = \frac{\mathbf{h}_{1} \cdot \rho_{IIA}}{\mathbf{K}_{PA} \cdot \mathbf{a}_{1}} \\ \frac{\left(\pi^{2} + 4 \cdot \mathbf{L}_{2}^{2} / \mathbf{a}_{2}^{2}\right)^{2} + 10,92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{\mathbf{L}_{2}^{4}}{\mathbf{a}_{2}^{4}} \cdot \frac{\mathbf{a}_{2}^{2}}{\mathbf{h}_{2}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot \mathbf{L}_{2}^{2} / \mathbf{a}_{2}^{2}\right)^{-2}}{\left(\pi^{2} + 4 \cdot \mathbf{L}_{1}^{2} / \mathbf{a}_{1}^{2}\right)^{2} + 10,92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{\mathbf{L}_{1}^{4}}{\mathbf{a}_{1}^{4}} \cdot \frac{\mathbf{a}_{1}^{2}}{\mathbf{h}_{1}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot \mathbf{L}_{1}^{2} / \mathbf{a}_{1}^{2}\right)^{-2}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{B}}{\mathbf{E}_{A}} \cdot \left(\frac{\mathbf{h}_{2}}{\mathbf{h}_{1}}\right)^{3} \cdot \frac{\mathbf{a}_{1}}{\mathbf{a}_{2}} \cdot \frac{\mathbf{K}_{PB}}{\mathbf{K}_{PA}} = \left(\frac{\pi^{2} + 8 \cdot \mathbf{L}_{2}^{2} / \mathbf{a}_{2}^{2}}{\pi^{2} + 8 \cdot \mathbf{L}_{1}^{2} / \mathbf{a}_{1}^{2}}\right)^{2}$$

$$(9)$$

4. Определение условий инвариантности к колебаниям температуры и давления контролируемой жидкости

Для обеспечения условий инвариантности датчика к температуре и внутреннему давлению контролируемой среды в цилиндрических резонаторах нужно исследовать возможность совместного решения систем уравнений (5),

(9). Подставим соотношения для отношений a_1/a_2 , h_1/a_1 , h_2/h_1 полученных из первого уравнения системы (9) во второе уравнение этой системы, получим:

$$\frac{\left[\left(\pi^{2}+4\cdot L_{2}^{2}/a_{2}^{2}\right)^{2}+1092 \pi^{4} \cdot \frac{L_{2}^{4}}{a_{2}^{4}} \cdot \frac{a_{2}^{2}}{h_{2}^{2}} \cdot \left(\pi^{2}+4\cdot L_{2}^{2}/a_{2}^{2}\right)^{-2}\right] \cdot E_{B} \cdot a_{2}^{2} \cdot \rho_{ILA}^{3} \cdot K_{PB}^{4}}{\left[\left(\pi^{2}+4\cdot L_{1}^{2}/a_{1}^{2}\right)^{2}+1092 \pi^{4} \cdot \frac{L_{1}^{4}}{a_{1}^{4}} \cdot \frac{a_{2}^{2}}{h_{2}^{2}} \cdot \left(\frac{\rho_{ILA}}{\rho_{ILB}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{K_{PB}}{K_{PA}}\right)^{2} \cdot \left(\pi^{2}+4\cdot L_{1}^{2}/a_{1}^{2}\right)^{-2}\right] \cdot E_{A} \cdot a_{1}^{2} \cdot \rho_{ILB}^{3} \cdot K_{PA}^{4} = . (10)$$
$$= \left(\frac{\pi^{2}+8\cdot L_{2}^{2}/a_{2}^{2}}{\pi^{2}+8\cdot L_{1}^{2}/a_{1}^{2}}\right)^{2}$$

Для практического использования соотношения (5) возведём его обе части в квадрат, получим:

$$\frac{\left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2}\right)^{2} + 10.92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{1}^{4}}{a_{1}^{4}} \cdot \frac{a_{1}^{2}}{h_{1}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{1}^{2} / a_{1}^{2}\right)^{-2}}{\left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2}\right)^{2} + 10.92 \cdot \pi^{4} \cdot \frac{L_{2}^{4}}{a_{2}^{4}} \cdot \frac{a_{2}^{2}}{h_{2}^{2}} \cdot \left(\pi^{2} + 4 \cdot L_{2}^{2} / a_{2}^{2}\right)^{-2}} \cdot \left(\frac{9_{1}}{9_{2}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}}\right)^{3} \cdot \left(\frac{L_{2}}{L_{1}}\right)^{4}}{\left(\frac{1}{h_{2}} \cdot \rho_{ILA}\right) / (K_{PA} \cdot a_{1}) + \rho_{K}}\right]^{3} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho_{ILB} - \frac{h_{1}}{h_{2}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho_{L}\right)^{2}}{\left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho_{ILB}\right) / (K_{PA} \cdot a_{1}) + \rho_{K}}\right]^{3} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho_{ILB} - \frac{h_{1}}{h_{2}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho_{L}\right)^{2} \cdot \left(\frac{h_{1}}{h_{2}} \cdot \rho$$

5. Вывод вспомогательных соотношений для учёта чувствительности датчика и оценки ожидаемых погрешностей измерения

Определение параметров дифференциального датчика, может быть произведено только с учётом абсолютной чувствительности в точке компенсации $\rho_{\rm K}$, которую определяют для нормальных условий из системы уравнений (1):

$$S_{II} = \sqrt{\frac{0,0225 \cdot K_{PB}^2 \cdot a_2^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3}{L_2^4 \cdot (\rho_{IIB} \cdot h_2 + K_{PB} \cdot \rho_P \cdot a_2)^3}} - \sqrt{\frac{0,0225 \cdot K_{PA}^2 \cdot a_1^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3}{L_1^4 \cdot (\rho_{IIA} \cdot h_1 + K_{PA} \cdot \rho_P \cdot a_1)^3}} .$$
(12)

Чувствительность датчика должна составлять не менее 0,5÷ 1 Гц на 1 кг/м³. Для оптимального дифференциального датчика на основе цилиндрических резонаторов параметры резонаторов для последующего расчёта необходимо определять из следующих условий [9]:

$$L_{1} = 5 \cdot 10^{-2} \div 1 \cdot 10^{-1} \text{ M}, L_{2} = 1 \cdot 10^{-1} \div 5 \cdot 10^{-2} \text{ M}. a_{1} = 15 \cdot 10^{-3} \div 20 \cdot 10^{-3} \text{ M}, a_{2} = 20 \cdot 10^{-3} \div 35 \cdot 10^{-3} \text{ M}$$

$$(13)$$

Полученные в расчётах параметры резонаторов необходимо проверять на условия длинных цилиндров, для которых и получены все приведенные

выше соотношения.

$$\begin{bmatrix} \underline{L}_{1} \cdot \left(1 - \mu^{2}\right) \\ (a_{1} \cdot h_{1})^{2} \end{bmatrix}^{\frac{1}{4}} > 3$$

$$\begin{bmatrix} \underline{L}_{2} \cdot \left(1 - \mu^{2}\right) \\ (a_{2} \cdot h_{2})^{2} \end{bmatrix}^{\frac{1}{4}} > 3$$
(14)

Распределение вдоль диапазона измерения ожидаемой температурной погрешности находят из соотношения для температурного коэффициента частоты датчика $\phi_{\rm I}$, полученного из системы уравнений (4).

$$\varphi_{II} = \frac{\vartheta_{I} \cdot \frac{\mathbf{A} + \gamma_{I} \cdot \rho_{P}}{\mathbf{A} + \rho_{P}} \cdot \frac{\lambda_{I}}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{I}}{\mathbf{h}_{2}} \cdot \frac{\mathbf{L}_{2}^{2}}{\mathbf{L}_{1}^{2}} \cdot \left(\frac{\mathbf{E}_{A} \cdot \rho_{IIB}}{\mathbf{E}_{B} \cdot \rho_{IIA}}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \rho_{P})}{\mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} + \rho_{P})}\right)^{0.5} - \vartheta_{2} \cdot \frac{\mathbf{B} + \gamma_{2} \cdot \rho_{P}}{\mathbf{B} + \rho_{P}}}{\frac{\lambda_{I}}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{I}}{\mathbf{h}_{2}} \cdot \frac{\mathbf{L}_{2}^{2}}{\mathbf{L}_{1}^{2}} \cdot \left(\frac{\mathbf{E}_{A} \cdot \rho_{IIB}}{\mathbf{E}_{B} \cdot \rho_{IIA}}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \rho_{P})}{\mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} + \rho_{P})}\right)^{0.5} - 1$$

$$(15)$$

Проверить влияние перепада давления Δp на выходной частотный сигнал датчика можно при помощи соотношения для коэффициента, ϕ_{II} полученного из системы уравнений (7).

$$\phi_{I} = \frac{f_{01} \cdot [A(A+\rho_{P})]^{0.5} \cdot \frac{136 \mathfrak{S}_{1}^{2} \cdot a_{I}}{\pi^{2} \cdot \lambda_{I}^{2} \cdot \mathbf{E}_{A} \cdot \mathbf{h}_{I}^{3}} \cdot \left(\frac{\pi^{2}}{2} + 4 \cdot \frac{\mathbf{L}_{I}^{2}}{a_{I}^{2}}\right) - f_{02} \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{B}+\rho_{P})]^{0.5} \cdot \frac{136 \mathfrak{S}_{2}^{2} \cdot a_{2}}{\pi^{2} \cdot \lambda_{2}^{2} \cdot \mathbf{E}_{B} \cdot \mathbf{h}_{2}^{3}} \cdot \left(\frac{\pi^{2}}{2} + 4 \cdot \frac{\mathbf{L}_{2}^{2}}{a_{2}^{2}}\right) - f_{02} \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{B}+\rho_{P})]^{0.5} - \frac{136 \mathfrak{S}_{2}^{2} \cdot \mathbf{A}_{2}}{f_{01} \cdot [\mathbf{A}(\mathbf{A}+\rho_{P})]^{0.5}} - f_{02} \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{B}+\rho_{P})]^{0.5} - f_{02} \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{B}+\rho_{P})]^$$

Градировочную характеристику датчика для нормальных условий можно получить из (4) или (7) приняв соответственно $\Delta t = 0$ или $\Delta p = 0$.

$$f_{\Pi} = f_{01} \cdot \left[A / (A + \rho_{P}) \right]^{0.5} - f_{02} \cdot \left[B / (B + \rho_{P}) \right]^{0.5},$$
(17)

где $f_{01} = \frac{0,303 \cdot \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A}{\rho_{IIA}}}, f_{02} = \frac{0,303 \cdot \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B}{\rho_{IIB}}}$ - начальные частоты цилиндрических резонаторов;

 $A = \left(h_1 \cdot \rho_{ILA}\right) / \left(K_{PA} \cdot a_1\right), \ B = \left(h_2 \cdot \rho_{ILB}\right) / \left(K_{PB} \cdot a_2\right) - \text{постоянные цилиндрических резонаторов.}$

6. Пример расчёта параметров цилиндрических резонаторов дифференциального датчика вибрационного плотномера

По рекомендациям, приведенным в работе. [9], выбираем резонаторы из нержавеющих сталей марок X17H2T, X18H10T. Для выбранных сталей резонаторы имеют следующие параметры: $E_A = 210 \cdot 10^9 \,\text{m/m}^2$, $E_B = 196 \cdot 10^9 \,\text{m/m}^2$, $\beta_{EA} = 3,1 \cdot 10^{-4} 1/^\circ \text{C}$, $\beta_{EB} = 4,4 \cdot 10^{-4} 1/^\circ \text{C}$, $\alpha_1 = 10,3 \cdot 10^{-6} 1/^\circ \text{C}$, $\alpha_2 = 16,2 \cdot 10^{-6} 1/^\circ \text{C}$, $\rho_{TA} = 7750 \,\text{kr}/\text{m}^3$, $\rho_{TB} = 7900 \,\text{kr}/\text{m}^3$, $\vartheta_1 = 1,498 \cdot 10^{-4}$, $\vartheta_2 = 2,119 \cdot 10^{-4}$.

Параметры контролируемой жидкости (светлые нефтепродукты): $\rho_{\text{мін}} = 650 \,\text{кг} \,/ \,\text{m}^3 \,\rho_{\text{мак}} = 850 \,\text{кг} \,/ \,\text{m}^3 \,\rho_{\text{мак}} = 850 \,\text{кг} \,/ \,\text{m}^3 \,\rho_{\text{мак}} = 750 \,\text{кг} \,/ \,\text{m}^3$, $p = 0.5 \div 1 \,\text{M} \Pi a$, $\beta_V = 1 \cdot 10^{-3} 1 / \,^\circ \text{C}$, $t = 20 \div 60 \,^\circ \text{C}$, $\gamma_1 = -2,234$, $\gamma_2 = -1,245$.

Конструктивные параметры цилиндрических резонаторов принимаемые в расчёте составляют $a_1 = 20,1 \cdot 10^{-3}$ м, $a_2 = 29,3 \cdot 10^{-3}$ м, $L_1 = 5,1 \cdot 10^{-2}$ м, $L_2 = 10,2 \cdot 10^{-2}$ м. Приняв $K_{PA} = K_{PB} = 0,22$, из соотношения (10) численным методом определяем $h_2 = 2,3 \cdot 10^{-3}$ м, а затем из первого уравнения системы (9), получим $h_1 = 1,6 \cdot 10^{-3}$ м.

Из уравнения (11) уточняем значение плотности жидкости, при которой осуществляться полная компенсация температурной погрешности $\rho_{\rm K} = 760 \, {\rm kr} \, / \, {\rm m}^3$, что обеспечивает снижение погрешности во всём диапазоне более чем на порядок в сравнении с одиночным резонатором.

С учётом полученных конструктивных параметров цилиндрических резонаторов вычисляем величины входящие в соотношение (17) $f_{01} = 12680 \,\Gamma\mu$, $f_{02} = 5572 \,\Gamma\mu$, $A = 2799 \,\kappa\Gamma / M^3$, $B = 2746 \,\kappa\Gamma / M^3$. Чувствительность к плотности по соотношению (12) составляет $S_{Д} = -0,88 \,\Gamma\mu / (\kappa\Gamma / M^3)$, что вполне достаточно при работе с персональным компьютером и программных обеспечением виртуального частотомера LabView.

После расчёта с помощью соотношений (15), (16) стоятся графики распределения погрешностей измерения датчика и составляющих резонаторов. Погрешности датчика должны быть более чем на порядок меньше погрешностей резонаторов во всём диапазоне измерения.

Используя описанный в работе [10] испытательный стенд, экспериментально получены уточнённые значения параметров: $f_{01} = 12683 \,\Gamma\mu$, $f_{02} = 5568 \,\Gamma\mu$, $A = 2801 \,\kappa\Gamma/M^3$, $B = 2750 \,\kappa\Gamma/M^3$. Перепад давления жидкости между наружной и внутренней поверхностью резонаторов изменялся в пределах $\Delta p = 0 \div 0,5$ МПа, а температура $\Delta t = 20 \div 60$ °C, плотность жидкости изменялась от $650 \,\kappa\Gamma/M^3$ до $850 \,\kappa\Gamma/M^3$ с шагом $\Delta \rho = 20 \,\kappa\Gamma/M^3$. Результаты расчётов ϕ_A , ϕ_B , ϕ_A , ϕ_B , ϕ_A , проведенные по данным замеров приведены на рисунке.



Рисунок 1 - Распределение вдоль диапазона контроля плотности, дополнительных погрешностей от изменения температуры и давления:

1 – температурній коэффициент $\phi_{\rm d}[1/^{\circ}C]$ частоти датчика; 2 – коэффициент влияния давления $\psi_{\rm d}[1/{\rm h}]$ на частоту датчика; 3,4 – температурные коэффициенты $\phi_{\rm a}[1/^{\circ}C]$, $\phi_{\rm B}[1/^{\circ}C]$ частоты составляющих резонаторов.

 $φ_A[1/C]$, $φ_B[1/C]$ чατιστεί ουσταβιλικοιμαχ μεγολιατοροδ.

Из приведенных данных следует, что температурная погрешность датчика плотности с цилиндрическими резонаторами на порядок меньше меньшей из погрешностей резонаторов. При этом датчик практически инвариантен к колебаниям температуры и давления контролируемой среды.

Расширить возможности спроектированного по предложенной методике плотномера можно путем управления частотами составляющих резонаторов [11].

Выводы:

• Приведенная методика расчёта основных конструктивных параметров датчика вибрационного плотномера, в котором используются цилиндрические резонаторы, позволяет расширить область применения относительно простых по конструкции и высокоточных вибрационных плотномеров на объекты с резкими колебаниями температуры и давления, например магистральные нефтепроводы и газопроводы;

• Без инерционная компенсация перепада давления между наружной и внутренней поверхностью цилиндра позволяет исключить подачу контролируемой среды на наружную поверхность цилиндров, а следовательно исключить демпфирование колебаний цилиндра контролируемой средой в зазоре между наружной поверхностью и системой возбуждения колебаний цилиндра;

• В перспективе автором будет изучена возможность одновременного возбуждения автоколебаний цилиндра на различных не зависимых пространственных формах.

Список литературы: 1. Кивилис С.С. Плотномеры. — М.: Энергия, 1980. -280 С. 2. Эткин Л. Г. Виброчастотные датчики. Теория и практика. — М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 408 с. 3. Жуков Ю.П. Вибрационные плотномеры. – М.: Энергоатомиздат, 1991. - 144 с. 4. Пат.1175586 Англия, МКИ GO1 n 9/00, Measuring of fluid density/ J. Agar/ 1968 5. А.с. 1291867 СССР, МКИ GO1N 29/00. Способ дифференциального измерения плотности/ Тараненко Ю.К. - Опубл. 23.02. 87, Бюл. № 7. 6. Тараненко Ю.К. Математична модель вимірювального перетворення щільності рідини у частотний вихідний сигнал диференційного датчика на основі двох циліндричних резонаторів /Ю.К.Тараненко//Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2006. —6/2(24). —С.77 -83 7. Буйвол В.Н. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости. К.: Наук. думка, 1975. – 356 с. 8. Горенштейн И.А. Гидростатические частотные датчики первичной информации. М., «Машиностроение» 1976, 184 с. 9. Тараненко Ю.К. Методика проектування оптимальних диференційних датчиків щільності рідини та хим. технологии. — 2006. — № 4. — С. 211-214 10. Тараненко Ю.К. Градуювання товірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологии. — 2006. — № 4. — С. 211-214 10. Тараненко Ю.К. Градуювання товірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологии. — 2006. — № 4. — С. 211-214 10. Тараненко Ю.К. Градуювання товірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологии. — 2006. — № 4. — С. 211-214 10. Тараненко Ю.К. Градуювання товірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2007. — 2/2(26). — С.41 - 47 11. Дифференциальный вибрационный плотномер: А.с. 1392451 СССР МКИ G01N 9/00/ Ю.К.Тараненко, В.И. Снегур, М.В.Кулаков, И.В. Кораблёв (СССР) №3911436/31-25; Заявлено 10.06.85; Опубл. 30.04.

УДК 620.179.14

с

Вихорострумові перетворювачі (ВСП) широко використовуються в дефектоскопії виробів з електромагнітних матеріалів. Всіх ВСП об'єднує те, що вони генерують електромагнітну енергію (ЕМЕ), яка переходить в досліджуване тіло, створюючи в ньому своє електромагнітне поле (ЕМП). Розглянемо математичні моделі ВСП, котрий складається з циліндричної котушки, в середині якої знаходиться електропровідний круглий стрижень. При

подачі електричного струму (постійного чи змінного) у котушці створюється ЕМП напруженістю H_{0K} . Як вказувалося в [1], зміна напруженості ЕМП котушки зі стрижнем описується наступним рівнянням

$$\tau_{K} \frac{\partial^{2} H_{0K}}{\partial t^{2}} + \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = -k^{2} \nabla^{2} H - \frac{\partial H}{\partial \theta}, \qquad (1)$$

де τ_{K} - стала процесу переносу ЕМЕ; H_{0K} - напруженість ЕМП котушки; k - стала; H - напруженість ЕМП в стрижні; t, θ - час зміни ЕМП в котушці та стрижні відповідно.

Електрорушійна сила (EPC), яка створюється котушкою, дорівнює [2, 3]

$$E_{K} = -w_{k}S_{K}\mu_{aK}\frac{\partial H_{0K}}{\partial t}, \qquad (2)$$

де w_k - кількість витків котушки; S_K - поперечний її перетин; μ_{aK} - абсолютна магнітна проникність котушки. ЕРС, яка створюється стрижнем

$$e_C = S_C \mu_{aC} \frac{\partial H}{\partial \theta} \tag{3}$$

де *S_C* - поперечний перетин круглого стрижня; μ_{aC} - абсолютна магнітна проникність стрижня. Визначивши з (2) і (3) похідні від напруженостей магнітних потоків і підставивши їх в рівняння (1), одержуємо

$$\tau_{K} \frac{\partial E_{K}}{\partial t} + E_{K} = \frac{w_{n} S_{K} \mu_{aK}}{S_{C} \mu_{aC}} \left(k^{2} \nabla e - e \right).$$
⁽⁴⁾

Нелінійне рівняння (4) являє собою математичну модель розглядуваного вихорострумового перетворювача. Якщо часткова похідна $\partial E_K / \partial t = 0$, то перехідний процес у стрижні описуватиметься таким чином

$$k^{2} \frac{\partial e_{C}}{\partial r_{C}} + e_{C} = \left(\frac{E_{K}}{w_{n}}\right) \left(\frac{S_{C}}{S_{K}}\right) \left(\frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}}\right),$$
(5)

де r_c - радіус стрижня.

Відношення $E_K / w_n = E_0^1$ є ЕРС одного витка живлячої котушки. Якщо $S_C = S_K$, то рівняння (5) набуває вигляду

$$k\frac{\partial e_C}{\partial r_C} + e_C = E_0^1 \frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}}.$$
 (6)

Використовуючи метод нульового градієнта, для границі розділу "котушка-стрижень" одержуємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\tau_{K} \frac{\partial E_{K}}{\partial t} + E_{K} = 0 ; \qquad (7)$$

$$k\frac{\partial e_C}{\partial r_C} + e_C = \frac{E_K}{w_n}\frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}}.$$
(8)

Рішення рівняння (7) при граничних умовах $E_{K}(0) = 0$ і $E_{K}(\infty) = U$ має вигляд

$$E_{K}(t) = U[1 - \exp(-t/\tau_{K})].$$
(9)

Граничними умовами для рівняння (8) будуть: $e(0, r_C) = 0$, $e(\infty, r_C) = H_{0k}$, $\partial e(\theta, \infty) / \partial r_C = 0$. 3 врахуванням цього рішенням рівняння (8) буде

$$\boldsymbol{e}_{C}(\boldsymbol{r}_{C}) = \boldsymbol{E}_{K}(t) \frac{\boldsymbol{\mu}_{aC}}{\boldsymbol{w}_{n} \boldsymbol{\mu}_{aK}} [1 - \exp(-\boldsymbol{r}_{C}\boldsymbol{k})].$$
(10)

Підставимо рівняння (4) в (5). У результаті маємо

$$e_{C}(r_{C}) = E_{0K}(t) \frac{\mu_{aC}}{w_{n}\mu_{aK}} [1 - \exp(-t/\tau_{K})] [1 - \exp(-r_{C}k)].$$
(11)

Рівняння (11) описує зміну ЕРС, яка формується у ВСП при дії на нього електропровідного стрижня без врахування його власного ЕМП.

Приймаючи до уваги те, що в стрижні створюються вихрові струми і має місце власне ЕМП, рівняння (1) приймає наступний вигляд

$$T\frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = k\nabla^2 H + \frac{\partial H}{\partial \theta},$$
(12)

де $T = L_C / R_C$ - стала часу стрижня.

Використовуючи метод нульового градієнта, рівняння (1) розділяється на систему наступних рівнянь:

$$\tau_C \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0; \qquad (13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k \nabla^2 H \,. \tag{14}$$

Систему рівнянь (13) і (14) можна представити таким чином:

$$\tau_C \frac{\partial e_C}{\partial \theta} + e_C = 0 ; \qquad (15)$$

$$k\frac{\partial e}{\partial r_C} + e = \frac{E_K}{w_n}\frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}}.$$
 (16)

Аналізуючи рівняння (7), (8), (15) і (16) бачимо, що рівності (8) і (16) є однаковими, які зв'язують напруженості магнітного поля котушки і стрижня. Виходячи з цього, процес перетворення у ВСП можна показати у вигляді структурної схеми, приведеної на рисунку.



Передавальна функція котушки $W_K(s) = 1/(\tau_K s + 1)$, стрижня $W_C(s) = 1/(\tau_C s + 1)$, а проміжного перетворювача, який є фактично коефіцієнтом передачі ЕМП $W_r(s) = \frac{\mu_{aC}^H}{w_n \mu_{aK}^H} [1 - \exp(-r_C k) = K_N]$, де μ_{aC}^H , μ_{aK}^H - нормовані значення абсолютної магнітної проникності стрижня та котушки відповідно.

Еквівалентна передавальна функція перетворювача $W(s) = \frac{K_N}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}$,

де $T_2^2 = \tau_K \tau_C$; $T_1 = \tau_K + \tau_C$ - сталі часу.

Так як

$$T_{2}^{2} = \frac{L_{K}}{R_{K}} \frac{L_{C}}{R_{C}}, \text{ i } T_{1} = \frac{L_{K}}{R_{K}} + \frac{L_{C}}{R_{C}} = \frac{L_{K}}{R_{K}} \left(1 + \frac{L_{C}}{L_{K}} \frac{R_{K}}{R_{C}}\right) = \frac{L_{K}}{R_{K}} \left(1 + \delta_{L} \delta_{R}\right),$$

де $\delta_L = L_C / L_K$ - відносне значення індуктивностей стрижня і котушки; $\delta_R = R_K / R_C$ - відносний активний опір котушки і стрижня.

Тоді диференціальне рівняння, яке описує перехідний процес у ВСП, матиме таку форму

$$\frac{L_K L_C}{R_K R_C} \frac{d^2 e_C}{dt^2} + \frac{L_K}{R_K} (1 + \delta_L \delta_R) \frac{d e_C}{dt} + e_C = U K_N, \qquad (17)$$

де U - напруга живлення котушки.

Індуктивність циліндричної котушки $L_K = \mu_{aK} \left(w_n^2 S_K / l_K \right) = k_K \mu_{aK}$, а активний опір $R_K = \rho_K l_n / S_n = \frac{1}{\sigma_K} \frac{l_n}{S_n} = \frac{k_{RK}}{\sigma_K}$, де l_K - довжина котушки; ρ_K - питомий опір електропроводячого матеріалу; l_n - довжина провідника; S_n - поперечний перетин провідника; σ_K - питома провідність котушки.

Аналогічно можна записати для стрижня, враховуючи, що він має один виток: $L_C = \mu_{aC}(S_C/l_C) = k_C \mu_{aC}$; $R_C = \rho_C l_C / S_C = k_{RC} / \sigma_C$, де l_C - довжина стрижня, яка знаходиться в котушці; S_C - поперечний перетин стрижня; ρ_C - питомий опір стрижня на довжині l_C ; σ_C - питома провідність стрижня. З врахуванням сказаного рівняння (17) буде наступним

$$K_{LR}(\mu_{aK}\mu_{aC})(\sigma_{K}\sigma_{C})\frac{d^{2}e_{C}}{dt^{2}} + k_{K}\mu_{aK}\sigma_{K}(1+\delta_{L}\delta_{R})\frac{de_{C}}{dt} + e_{C} = UK_{N}.$$
 (18)

Якщо прийняти, що для заданої живлячої котушки абсолютна магнітна проникність μ_{aK} і питома провідність σ_{K} не змінюються і залишаються сталими, то рівняння (18) буде наступним

$$K_{LR}^{0}\left(\mu_{aC}\sigma_{C}\right)\frac{d^{2}e_{C}}{dt^{2}}+k_{K}^{0}\left(1+\delta_{L}\delta_{R}\right)\frac{de_{C}}{dt}+e_{C}=U\frac{\mu_{aC}^{H}}{\mu_{aK}^{H}}\left[1-\exp\left(-r_{C}\sqrt{\omega\mu_{aC}\sigma_{C}}\right)\right],$$
(19)

де $K_{LR}^0 = K_{LR} \mu_K \sigma_K$; $k_K^0 = k_K \mu_K \sigma_K$.

Рівняння (19) показує, як впливають електромагнітні параметри стрижня на перехідний процес перетворювача, а також шляхи побудови засобів контролю електромагнітних параметрів циліндричних виробів. З нього видно, що засоби контролю електромагнітних параметрів можуть бути побудовані на основі методів як статичної зміни характеристик ВСП, так і на основі динамічних його властивостей.

Статична характеристика ВСП являє собою залежність ЕРС e_c від зміни електромагнітних параметрів μ_{ac} і σ_c електропровідного круглого матеріалу. З рівняння (19) маємо

$$e_{C} = U \frac{\mu_{aC}^{H}}{\mu_{aK}^{H}} \Big[1 - \exp\left(-r_{C} \sqrt{\omega \mu_{aC} \sigma_{C}}\right) \Big].$$
(20)

У вихорострумовій дефектоскопії широко використовується узагальнюючий параметр $\beta = r \sqrt{\omega \mu_a \sigma}$. Для досліджуваного стрижня узагальнюючий цей параметр матиме вигляд: $\beta_c = r_C \sqrt{\omega \mu_{aC} \sigma_C}$. Тоді рівняння статичної характеристики буде таким:

$$e_{C} = U \frac{\mu_{aC}^{H}}{\mu_{aK}^{H}} \left[1 - \exp(-\beta_{C}) \right].$$
(21)

Рівняння (21) повністю погоджується з експериментальними висновками акад. Клюєва В.В. [3] про те, що при контролі дефектів вихорострумовим перетворювачем залежність e_c від β є експоненційною функцією. Рівняння (21) може бути покладене в основу розробки статичного диференційного методу контролю електромагнітних параметрів [2].

Ліва частина диференціального рівняння (21) характеризує динамічні властивості вихорострумового методу контролю. Позначимо в цьому рівняння

$$T_1 = k_K^0 \left(1 + \delta_L \delta_R \right); \tag{22}$$

$$T_2 = \sqrt{K_{LR}^0} \sqrt{\mu_{aC}} \sigma_C = \frac{\sqrt{K_{LR}^0}}{r_C \sqrt{\omega}} \left(r_C \sqrt{\omega \mu_{aC}} \sigma_C \right) = \frac{1}{r_C} \sqrt{\frac{K_{LR}^0}{\omega}} \beta_C .$$
(23)

З рівняння (23) видно, що стала часу перехідного процесу T_2 прямо пропорційна узагальнюючому параметру β і зворотно пропорційна радіусу r_c стрижня. Виконаємо аналіз сталої часу T_1 . У результаті маємо

$$T_{1} = k_{K}^{0} \left(1 + \frac{L_{C}}{L_{K}} \frac{R_{K}}{R_{C}} \right) = k_{K}^{0} \left(1 + \frac{1}{w_{n}} \frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}} \frac{\sigma_{C}}{\sigma_{K}} \right) = k_{K}^{0} \left(1 + k_{\beta K} \beta_{C}^{2} \right), \quad (24)$$

де $k_{\beta K} = 1/w_n (\omega \mu_{aK} \sigma_K)$.

З рівняння (24) видно, що стала часу T_1 теж залежить від узагальнюючого параметра β . Таким чином, рівняння (23) і (24) можуть бути покладені в основу розробки динамічного диференційного методу контролю електромагнітних параметрів електропровідних виробів.

З рівняння (24) випливає третій «*відносний*» метод контролю електромагнітних параметрів електропровідних матеріалів, який заснований на відношенні індуктивностей та активних опорів живлячої котушки та стрижня. Згідно

з (24) маємо наступну рівність
$$\left(\frac{L_C}{L_K}\right)\left(\frac{R_K}{R_C}\right) = \delta_L \delta_R = k_{\beta K} \beta_C^2$$
, звідки

$$\beta_C = K_{\mu K} \sqrt{\delta_L \delta_R} = r_C \sqrt{\omega \mu_{aC} \sigma_C} , \qquad (25)$$

де $K_{\mu K} = \sqrt{1/k_{\beta K}}$.

3 рівняння (25) випливає така важлива залежність

$$\delta_L \delta_R = \frac{r_C^2}{K_{\mu K}^2} (\omega \mu_{aC} \sigma_C).$$
⁽²⁶⁾

З рівняння (26) видно, що добуток відносних значень індуктивностей та активних опорів котушки та стрижня пропорційні добуткові абсолютної магнітної проникності μ_{aC} і питомій електричній провідності σ_C стрижня. У науковій літературі з електромагнітних методів дефектоскопії вказується на практично лінійній залежності між відносними значеннями індуктивностей та активних опорів та електромагнітними параметрами досліджуваних зразків. Таким чином, рівність (26) підтверджується результатами експериментальних досліджень.

Висновки. На основі теорії реологічних переходів отримані математичні моделі вихорострумових перетворювачів, які можуть використовуватися для контролю електромагнітних параметрів круглих зразків електромагнітних матеріалів. Показані залежності ЕРС джерела електромагнітної енергії та досліджуваного зразка від зміни магнітної проникності та питомої електричної провідності досліджуваного матеріалу.

Вперше доказано, що сталі часу перехідного процесу вимірювальної системи є функціями власної частоти коливань та узагагальнюючого параметра β досліджуваного зразка, що може бути покладено в основу нових розробок вихорострумових дефектоскопів. Теоретично обгрунтовано статичного диференційного, динамічного диференційного та відносного. Показана можливість використання сталих часу перехідних процесів перетворювача для визначення абсолютної магнітної проникності та питомої електричної провідності електропровідних матеріалів.

Література: 1.*Тітова Н.В.* Основи теорії вихорострумових методів контролю електромагнітних параметрів. // XI Всеукраїнської науковопрактичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Технологія - 2008»/ ТІ СНУ ім. В.Даля _ Сєвєродонецьк, 2008. – С. 153. 2.Тітова Н.В. Контроль електромагнітних параметрів електропровідних виробів методом постійного струму. // Матеріали четвертої Міжнародної науково-практичної конференції "Наукові дослідження – теорія та експеримент 2008р". Т.8, 2008. – С. 74-76.3.Герасимов В.Г., Клюев В.В., Шатерников В.Е. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 262 с. 4.Дорофеев А.Л., Ершов Р.Е. Физические основы электромагнитной структуроскопии. – Новосибирск: Наука, 1985. – 284 с.