

**А.П. ПОПОВ**, д.т.н., проф., зав. каф. механики и конструирования машин  
НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**А.М. МЕДВЕДОВСКИЙ**, к.т.н., проф. НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**Л.А. ПОПОВА**, н.с. НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**О.И. САВЕНКОВ**, асс., НУК им. адм. Макарова, Николаев

## **ИЗГИБНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ТОЧЕЧНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ ЗУБЬЕВ**

Впервые в соответствии с новой теорией контактной прочности упруго сжатых тел разработан метод расчета на изгибную прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев.

**Ключевые слова:** передача, зубья, контакт, изгиб, напряжения

**Постановка проблемы.** Разработка метода расчета зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев на изгибную прочность является актуальной проблемой. Успешное решение указанной проблемы предопределяет дальнейшее развитие современного редукторостроения. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих в настоящее время научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые передачи.

**Анализ последних исследований.** Впервые исследования изгибной прочности зубьев с традиционной линейной системой зацепления приведены в [1]. При этом зуб рассматривался не как упруго заделанная балка, а как упруго (**жестко**) заделанная пластина определенной толщины, нагруженная сосредоточенной, распределенной по линии либо по площадке силе. Что касается зубчатых передач с пространственной точечной системой зацепления зубьев [2 - 5], то исследования их изгибной прочности никем, кроме работ [3, 4], не проводилась.

**Цель работы** – разработка метода расчета изгибной прочности зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев с учетом механических свойств материалов и их химико-термического упрочнения, формы сопряженных поверхностей зубьев, а также влияния конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов, выраженных через различные коэффициенты.

**Изложение основного материала.** Расчет передач редукторов с точечной системой зацепления зубьев на изгибную прочность, как и расчет указанных передач на контактную прочность, следует рассматривать как одну из первых попыток исследования в указанном направлении. При разработке метода расчета зубьев на изгиб необходимо учесть рассеивание нагрузки по большей эллиптической площадке контакта, которая, как известно, превышает таковую в виде узкой полоски деформации, характерную для традиционной зубчатой передачи с линейным контактом зубьев. Кроме того, при снижении габаритов передачи, обусловленном точечным контактом, необходимо учесть влияние на изгибную прочность уменьшенных размеров длины зубьев (ширины венца) или диаметров зубчатых колес либо одновременное изменение указанных размеров.

---

© А.П. Попов, А.М. Медведовский,  
Л.А. Попова, О.И. Савенков, 2014

На основании имеющейся информации, выполненных исследований и расчетов [3] в качестве основной зависимости для определения напряжений изгиба на переходной поверхности зуба воспользуемся зависимостью

$$\sigma_F = K_{\text{ош}} K_R K_r K_b K_\alpha K_{F\beta} K_{Fv} K_z K_{\text{пш}} K_{\text{дв}} Y_{F\epsilon} Y_\beta \leq [\sigma_F]. \quad (1)$$

Здесь  $K_{\text{ош}}$  – коэффициент изгибных напряжений, МПа;  $K_R$  – коэффициент, учитывающий рассеивание нагрузки по эллиптической площадке контакта;  $K_r$  – коэффициент возрастания нагрузки вследствие уменьшения диаметров шестерни и колеса;  $K_b$  – коэффициент уменьшения длины зубьев (ширина венца);  $K_\alpha$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями и суммарную длину контактных линий;  $K_z$  – коэффициент, учитывающий влияние потоков мощности на зацепление;  $K_{\text{пш}}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между шевронами;  $K_{\text{дв}}$  – коэффициент, учитывающий влияние на контактную прочность типа двигателя;  $K_{Fv} = K_{Hv}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении, определение которых было выполнено ранее;  $K_{F\beta}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине зубчатого венца (по длине зубьев);  $Y_{F\epsilon}$  – коэффициент, учитывающий форму и перекрытие зубьев;  $Y_\beta$  – коэффициент, учитывающий положение линий контакта;  $[\sigma_F]$  – допускаемые напряжения изгиба или расчетный предел выносливости зубьев при изгибе.

Для определения расчетного предела выносливости зубьев при изгибе воспользуемся зависимостью [3]

$$[\sigma_F] = \sigma_{F \text{ limb}}^\circ K_{Fd} K_{Fc} K_{FL} K_x Y_S Y_R. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{F \text{ limb}}^\circ$  – предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базовому числу циклов перемены напряжений;  $K_{Fd}$  – коэффициент, учитывающий влияние деформационного упрочнения;  $K_{Fc}$  – коэффициент, учитывающий влияние двухстороннего приложения нагрузки;  $K_{FL}$  – коэффициент долговечности;  $K_x$  – коэффициент, учитывающий размеры зубчатого колеса;  $Y_S$  – коэффициент, учитывающий изменение (градиент) напряжений;  $Y_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость переходной поверхности в месте определения напряжений  $\sigma_F$ .

Рассмотрим определение коэффициентов, входящих в зависимость (1). Указанные коэффициенты как и коэффициенты, характеризующие максимальные контактные напряжения  $\sigma_{\text{max}}$ , описанные формулой [5], получены на основании экспериментальных и теоретических исследований, выполненных в разное время различными авторами.

Коэффициент изгибных напряжений  $K_{\text{ош}}$ , учитывающий влияние нагрузки, диаметров зубчатых колес и модуля зацепления, определяется для точечного контакта зубьев из выражения

$$K_{\text{ош}} = 2T_1 / d_{\text{wl}}^2 m. \quad (3)$$

В случае линейного контакта зубьев коэффициент изгибных напряжений имеет вид

$$K_{\text{он}} = 2T / d_{w1} b_w m. \quad (4)$$

Разделив правую часть зависимости (3) на правую часть формулы (4), найдем выражение коэффициента  $n_n$  в следующем виде

$$n_n = b_w / d_{w1}. \quad (5)$$

Из соотношения (5) очевидно, что при  $b_w = d_w$  коэффициент  $n_n = 1,0$ , что указывает на равенство коэффициентов изгибных напряжений при точечном и линейном контакте зубьев. При  $b_w < d_w$  коэффициент изгибных напряжений  $K_{\text{он}}$  при линейном контакте зубьев превышает таковой при точечном взаимодействии зубьев.

Практикой установлено, что для судовых передач редукторов в случае линейного контакта зубьев коэффициент  $K_{\text{он}} = 50 \dots 150$  МПа. При этом для термоулучшенных зубьев коэффициент  $K_{\text{он}} = 50 \dots 70$  МПа, для азотированных зубьев –  $K_{\text{он}} = 80 \dots 90$  МПа и для цементированных зубьев –  $K_{\text{он}} = 100 \dots 150$  МПа.

Коэффициент  $K_R$ , учитывающий рассеивание (распределение) нагрузки по эллиптической площадке контакта, которая больше таковой в виде узкой полоски, характерной для линейного контакта зубьев, определяется при  $v_1 = v_2 = v$  и  $E_1 = E_2 = E$  по формуле  $K_R = 0,671 \sqrt{b_w} \sqrt[3]{\alpha(\alpha + v)^2} \sqrt[6]{E / (\rho_w F_n)}$ .

Указанная формула получена, исходя из рассмотрения зуба как упруго заделанной пластины некоторой постоянной эквивалентной толщины, при воздействии распределенной по площадке нагрузки [3].

Коэффициент  $K_r$ , учитывающий уменьшение размеров зубчатых колес по сравнению с исходными размерами традиционной зубчатой передачи, имеет вид:

$K_r = (d_{w1} / d_{w1}^*)^{0,86 \dots 0,88}$ , где  $d_{w1}$ ,  $d_{w1}^*$  – диаметры начальных окружностей шестерен в передачах соответственно при линейном и точечном контакте зубьев, причем  $d_{w1} > d_{w1}^*$ . Если проектируемая передача редуктора с точечным контактом зубьев имеет те же размеры, что и передача редуктора с линейным контактом зубьев, то в этом случае коэффициент  $K_r = 1,0$ .

Коэффициент  $K_b$ , учитывающий уменьшение длины зубьев (ширины венца), рассчитывается следующим образом  $K_b = (b_w / b_w^*)^{0,80 \dots 0,83}$ , где  $b_w$ ,  $b_w^*$  – длина зубьев (ширина венцов) зубчатых колес в передачах редукторов соответственно при линейном и точечном контакте зубьев, причем  $b_w > b_w^*$ .

При одних и тех же размерах передач редукторов с точечным и линейным контактом зубьев следует исходить из условия равенства  $b_w = b_w^*$ .

Коэффициент  $K_{F\beta}$ , учитывающий распределение нагрузки по длине зубьев (ширине венца) зубчатого колеса:

$$K_{F\beta} = \frac{1 + \psi_m K_{H\beta} K_1}{1 + \psi_m K_1},$$

где  $\psi_m = b_w / m$  – относительная длина зубьев (ширина венца), а  $K_1$  – коэффициент,

равный 0,27 для цилиндрических передач с прямыми и косыми зубьями, для шевронных передач  $K_1 = 0,135$ .

Коэффициент  $K_{Fv}$  учитывает динамическую нагрузку в зацеплении при расчете зубьев на изгиб. Динамическая нагрузка, возникающая при расчетах зубьев на изгибную и контактную прочность, должна определяться по разным зависимостям в связи с тем, что расчеты производятся для разных точек контактных линий, в которых имеет место разная жесткость зубьев. Однако, учитывая приближенный характер зависимостей как самой динамической нагрузки, так и жесткости зубьев, и можно принять, что  $K_{Fv} = K_{Hv}$ .

Коэффициент  $Y_{Fe}$ , учитывающий форму и перекрытие зубьев, определяется в зависимости от параметров исходного контура и места приложения нагрузки методом ломаных сечений [3, 4].

Для цилиндрических косозубых и шевронных передач редукторов с точечным либо линейным контактом зубьев нагрузка при определении коэффициента  $Y_{Fe}$  считается приложенной к вершине зуба. В этом случае при  $\alpha_w = 20^\circ$  и  $\varepsilon_\alpha \geq 2$  можно принимать коэффициент  $Y_{Fe} = 3,35$ .

Для цилиндрических прямозубых передач при  $\varepsilon_\alpha < 2$  коэффициент, учитывающий форму и перекрытие зубьев, определяется при  $z = 30...400$  следующим образом:  $Y_{Fe} = 2,65$  при  $\xi = -(0,2...1,0)$ ;  $Y_{Fe} = 2,96$  при  $\xi = 0,2...2,0$ ;  $Y_{Fe} = 3,05$  при  $\xi = 0$ , где  $\xi$  – коэффициент коррекции (смещения) зубьев.

Коэффициент  $Y_\beta$ , учитывающий наклонное положение контактных линий для цилиндрических косозубых и шевронных передач, рассчитывается по общеизвестной формуле

$$Y_\beta = 1 - \beta^\circ / 140^\circ.$$

Определившись с коэффициентами, входящими в уравнение (1), перейдем к нахождению коэффициентов, фигурирующих в формуле (2). Предел выносливости зубьев при изгибе  $\sigma_{Flimb}^\circ$  соответствует базовому числу циклов перемены напряжений. Значения  $\sigma_{Flimb}^\circ$  определяются в зависимости от вида термообработки по табл.1 (под  $HB_c$  подразумевается средняя твердость сердцевины зуба по Бригеллю).

**Таблица 1 – Предел выносливости зубьев при изгибе  $\sigma_{Flimb}^\circ$  (МПа) для различных условий термообработки**

Вид термообработки и ее условие		$\sigma_{Flimb}^\circ$ , МПа
Цементация $HRC \geq 59$ $HB \geq 300$	С мероприятиями против обезуглероживания	900
	Возможность обезуглероживания полностью не исключена	800
Азотирование	Обычная технология предварительной термообработки: закалка + отпуск; $HV \geq 600$ ; $HB_c 280...380$	$2,1HB_c$
	Технология с предварительной циклической термообработкой: Закалка + отпуск; бал зерна $> 90 HV \geq 650$ ; $HB 310...390$	18X2H4MA $2,17HB_c$
Термоулучшение $HB 280...380$		$1,7HB_c$

Для определения коэффициента  $K_{Fd}$ , учитывающего влияние деформационного упрочнения в зависимости от вида термообработки и способа упрочнения, можно воспользоваться табл. 2.

Коэффициент  $K_{Fc}$ , учитывающий влияние двухстороннего приложения нагрузки, находится следующим образом. При одностороннем приложении нагрузки  $K_{Fc} = 1,0$ ; при двухстороннем приложении нагрузки

$$K_{Fc} = 1 - \gamma_{Fc} \frac{T_{1p}}{T_1}.$$

Здесь  $T_1$  – максимальный крутящий момент на шестерне в зацеплении;  $T_{1p}$  – максимальный расчетный крутящий момент противоположного момента  $T_1$  направления;  $\gamma_{Fc}$  – коэффициент, зависящий от вида термообработки и способа нагружения, определяемый по табл. 3

Для определения коэффициента долговечности  $K_{FL}$  воспользуемся зависимостью  $K_{FL} = \sqrt[2.5]{N_{FO} / N_{FE}}$ , где  $N_{FO} = 10^7$  – базовое число циклов перемены напряжений при расчете зубьев на изгиб, а  $N_{FE}$  – эквивалентное число циклов перемены напряжений при расчете зубьев на изгиб.

При нахождении  $N_{FE}$  можно воспользоваться зависимостью

$$N_{FE} = 60a_{\Pi} \sum_{i=1}^k n_i t_i \left( \frac{T_i K_{F\beta i} K_{\nu i}}{T_1 K_{F\beta 1} K_{\nu 1}} \right)^{2.5},$$

где  $T_i$ ,  $n_i$ ,  $t_i$  – крутящий момент, частота вращения и время работы на  $i$ -ом режиме.

Коэффициент  $K_x$ , учитывающий размеры зубчатого колеса, находится из выражения  $K_x = 1,3 / d_w^{0,5}$ . Если величина коэффициента  $K_x > 1$ , то при расчетах следует принимать значение  $K_x = 1$ .

Коэффициент  $Y_S$ , учитывающий градиент напряжений, выражен эллиптической зависимостью  $Y_S = (3/m)^{0,08}$ , где модуль зацепления  $m$  принимается в мм.

Коэффициент  $Y_R$  учитывает шероховатость переходной поверхности. Значения указанного коэффициента в зависимости от вида термообработки и шероховатости переходной поверхности определяются по табл. 4.

Разработанные методы расчета зубьев с точечной системой зацепления на контактную и изгибную прочность являются, как уже говорилось ранее, одной из первых попыток создания подобных методик расчета. В дальнейшем по мере

Таблица 2 – Величина коэффициента  $K_{Fd}$  для различных способов упрочнения

Способ упрочнения	$K_{Fd}$		
	Цементация	Азотирование	Термоулучшение
Дробеструйный	1,05	1,05	1,10
Гидродробеструйный	1,15	1,10	1,20

Таблица 3 – Величина коэффициента  $\gamma_{Fc}$  для различных видов термообработки

Вид термообработки	$\gamma_{Fc}$	
	Нагрузка изменяется за каждый цикл	Последовательное приложение нагрузки разного знака
Цементация	0,20	0,08
Азотирование	0,10	0,04
Термоулучшение	0,30	0,12

накопления результатов теоретических и экспериментальных исследований по пространственному точечному зацеплению зубьев указанные методы расчета претерпят определенные изменения, однако их физическая сущность при этом практически не изменится.

*Таблица 4 – Значения коэффициента  $Y_R$  в зависимости от вида термообработки и шероховатости переходной поверхности*

Вид термообработки	Способ окончательной обработки переходной поверхности	Шероховатость переходной поверхности	$Y_R$
Цементация	Полирование	$R_a < 0,63$	1,05
	Фрезерование	$R_a < 2,5$	0,95
		$R_a < 1,25$	1,0
Азотирование	Полирование и фрезерование	$R_a < 1,25$	1,0
Термоулучшение	Полирование	$R_a < 0,63$	1,1
		$R_a < 1,25$	1,0
	Фрезерование	$R_a < 2,5$	0,95

**Выводы.** 1. Впервые предпринята попытка разработки практического метода расчета изгибной прочности зубчатых передач с пространственной точечной системой зацепления эвольвентных зубьев.

2. Предложенный метод расчета учитывает совокупное влияние на изгибную прочность зубьев конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов. При этом коэффициенты, определяющие изгибную прочность зубьев, находятся расчетным путем либо исходя из приведенных табличных данных.

3. Предложенный метод расчета зубьев на изгиб впервые учитывает рассеивание нагрузки по большей площадке контакта при точечном первоначальном зацеплении по сравнению с зацеплением зубьев по линии.

4. Разработанные зубчатые передачи с пространственной точечной системой зацепления подтверждены опытной проверкой и защищены 25 патентами на изобретения, характеризуются изгибной прочностью, превышающей таковую при линейном взаимодействии зубьев примерно в 1,4...1,7 раза.

**Список литературы.** 1. Попов А.П. Зубчатые муфты в судовых агрегатах [Текст] / А.П. Попов – Л.: Судостроение, 1985. – 246с. 2. Патент № 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / Попов О.П. – а2004121281; Заявл. 14.02.04; Опубл. 15.11.06. Бюл. № 11. 3. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов / А.П. Попов – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 4. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев / А.П. Попов – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 5. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев / А.П. Попов, М.Г. Мозговой // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – №41. – С. 99-108.

*Поступила в редакцию 25.03.2014*

УДК 621.833

Изгибная прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев / А.П. Попов, А.М. Медведовский, Л.А. Попова, О.И. Савенков // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – Х. : НТУ «ХПІ», 2014. – № 29 (1072). – С. 127-132. – Бібліогр.: 5 назв. ISSN 2079-0075.

Вперше у відповідності з новою теорією контактної міцності пружно стислих тіл розроблений метод розрахунку на згинальну міцність зубчастих передач з точковим зацепленням зубів.

**Ключові слова:** передача, зуби, контакт, вигин, напруження

The method of calculation on bending strength of tooth gears with point tooth system has been carried out for the first time in accordance with new theory of contact strength of elastic compressed bodies.

**Key words:** gear, tooth, contact, bending, stresses