накладки). Оно значительно меньше допускаемого напряжения на смятие как для материала накладки, равного $[\sigma_{c_M}] = 1,3\sigma_T = 450$ МПа, так и для материала болта, равного $[\sigma_{c_M}] = 1,3\sigma_T = 1020$ МПа.

Таким образом, прочность крепления усиливающих накладок к лонжеронам шасси от смещения при действии продольной силы со стороны цистерны обеспечена.

Заключение. В статье изложен ход выполнения расчетов по проверке прочности элементов крепления цистерны к шасси аэродромного автомобильного топливозаправщика летательных аппаратов от смещения при действии продольной инерционной силы на примере реальной конструкции автотопливозаправщика АТЗ-10 и описаны некоторые особенности их выполнения. Предложенные способы уточнения расчетных моделей узлов крепления с учетом контактного взаимодействия деталей не требуют использования конечно-элементных программных комплексов и могут применяться для оперативной оценки прочности конструкции на стадии проектирования.

Список литературы: 1. Головченко В.И., Иванина Н.Л. Основные положения расчета крепления цистерны к шасси автомобиля автотопливозаправщика //Вестник НТУ «ХПИ». – 2012. – №22. –С. 40-47. 2. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. Изд. 3. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с. 3. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464 с. 4. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с. 5. ГОСТ 14771-76. Дуговая сварка в защитном газе. Соединения сварные. Основные типы, конструктивные элементы и размеры. 6. Серенко А.Н., Крумбольт М.Н., Багрянский К.В. Расчет сварных соединений и конструкций. – К.: Вища школа, 1977. – 336 с. 7. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1975. – 704 с.

Надійшла до редакції 12.09.2012

УДК 621.833; 62.652

С.С. ГУТИРЯ, д.т.н., проф., проф. каф. М і ДМ ОНПУ, Одеса; *В.П. ЯГЛІНСЬКИЙ*, д.т.н., доц., проф. каф. М і ДМ ОНПУ Одеса; *А.М. ЧАНЧІН*, асп. каф. М і ДМ ОНПУ, Одеса

МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАНЕТАРНОГО КОЛІСНОГО РЕДУКТОРА

Динамічна модель планетарного колісного редуктора у складі трансмісії тролейбуса подана у вигляді багатомасової лінійної коливної системи. Досліджено вплив кількості сателітів, жорсткості їх опор та жорсткості півосі провідного моста на головні частоти вільних коливань системи. Встановлено можливість варіації значень першої та другої головних частот редуктора в широкому інтервалі частотного спектру. Отримані результати з визначення власних частот редуктора є необхідною основою для дослідження збурених коливань системи, розробки методів зниження віброактивності джерел збурення, а також рішення задач віброзахисту трансмісії тролейбусів.

© С.С. Гутиря, В.П. Яглінський, А.М. Чанчін

Ключові слова: динамічна модель, планетарний колісний редуктор, частотна характеристика, моделювання, вільні коливання, власні частоти

Динамическая модель планетарного колесного редуктора в составе трансмиссии троллейбуса представлена в виде многомассовой линейной колебательной системы. Исследовано влияние количества сателлитов, жесткости их опор и жесткости полуоси ведущего моста на главные частоты свободных колебаний системы. Показана возможность вариации значений первой и второй главных частот редуктора в широком интервале частотного спектра. Полученные результаты определения собственных частот редуктора являются необходимой основой для исследования вынужденных колебаний системы, разработки методов снижения виброактивности источника возбуждения, а также решения задач виброзащиты трансмиссии троллейбусов.

Ключевые слова: динамическая модель, планетарный колесный редуктор, частотная характеристика, моделирование, свободные колебания, собственные частоты

A dynamic model of the planetary wheel gear in trolleybus transmission is represented as a linear oscillatory multimass system. The effect of the number of satellites, their stiffness and rigidity of supports half-bridge is researched on main frequency of free oscillations of the system. The possibility of variations of first and second frequencies values of main gear is shown in a wide range of frequency spectrum. These results of determination the natural frequencies of the gearbox are necessary foundation for study of forced vibrations of the system, developing of methods for reducing the vibration activity of excitation source and task solution of vibration protection for trolleybuses transmission.

Keywords: dynamic model, planetary wheel gear, frequency characteristic, modeling, free oscillation, eigenfrequencies.

Вступ. Коливальні процеси у планетарних колісних редукторах (ПКР)



Рис. 1 – Кінематична схема трансмісії тролейбуса (пунктиром вирізнено розрахункову схему ПКР): 1 – конічна шестерня у складі диференціала півосі; 2 – сонячна шестерня ПКР; 3 – водило; 4 – провідне колесо тролейбуса; 5 – епіцикл; 6 – сателіт мають дві основні особливості, що значно ускладнюють динамічні розрахунки, а саме: багатопоточність системи та знижену жорсткість ободів центральних коліс задля більш рівномірного розподілення навантаження за потоками.

В конструкціях вітчизняних та зарубіжних тролейбусів застосовують два типи провідних мостів з рознесеними двохступеневими передачами: у *першому типі* гіпоїдна або конічна передачі через диференціал поєднується з планетарним колісним редуктором, розташованим в маточині провідного колеса (рис. 1); у *другому* (портального типу) конічна передача з ко-

36

ловим зубцем через зубчастий диференціал поєднується з циліндричною рядною передачею з роздвоєнням потужності.

Прикладами застосування трансмісій з мостами першого типу є тролейбуси моделей ЮМЗ-Т1, -Т2 (Україна) та ЗіУ-9 (Росія); другого типу – більш сучасні низькопольні тролейбуси Тролза "Мегаполіс" (Росія) [1]. До 90 % тролейбусів, що експлуатуються у м. Одеса, складають моделі ЮМЗ-Т1, -Т2 і ЗіУ-9, серед яких за статистичними даними понад 80 % значно перевищили свій нормативний ресурс (10 років).

На експлуатаційні показники ПКР (рис. 2) суттєво впливають динамічні навантаження в зубчастих зачепленнях "сонячна шестерня – сателіти" та "сателіти – епіцикл" у процесі трансформації обертального руху, які спричиняють пружні коливання системи "двигун – трансмісія – провідне колесо". При цьому найбільш навантаженими і найменш надійними – "слабкими" (за даними експлуатації) елементами системи є зубчасті колеса та підшипники колісних редукторів, для яких статистична вірогідність безвідмовної роботи не перевищує 0,7 [2].

В умовах переважно перехідних режимів руху тролейбуса (розгін – гальмування – зупинка) вібрація, спричинена ПКР, посилюється резонансними коливаннями інших елементів системи, що призводить не тільки до наднормативного перевантаження "слабких" елементів, але й до перевершення існуючих санітарних нормативів (зокрема, за показником вібропришвидшення на 8…12 дБ), до різкого зростання рівня структурних та акустичних шумів [3]. Експериментальні дослідження показали, що частотний спектр вібрацій і шуму трансмісії тролейбусів ЮМЗ-Т1, – Т2 і ЗІУ-9 є широкополосним у діапазоні 1…200 Гц.



Рис. 2 – Твердотільні 3*D* моделі провідного моста (а) і деталей ПКР (б) тролейбусів ЗіУ-682 Б і ЗіУ-682 ГМ: 1 – сонячна шестерня; 2 – водило; 3 – епіцикл; 4 – сателіт

Домінуючими у цьому спектрі, окрім основних частот (низьких і середніх), є також другі й треті гармоніки, які загалом складають до 90 % від шумів, спричинених зубчастими передачами у складі трансмісії.

За умов наднормативної зношеності рухомого складу, а також дефіциту запасних частин через обмежене фінансування, робітники тролейбусних депо змушені виконувати заміну ПКР або їх капітальний ремонт без аналізу і урахування причин відмов. Зокрема, не контролюється фактична (після монтажу) точність контакту зубчастих зачеплень, не визначаються віброакустичні характеристики приводу та їх відповідність вимогам стандартів тощо. Означені та інші чинники призводять до підвищеної інтенсивності спрацьовування зубчастих коліс редуктора після ремонту, збільшення рівня вібрацій та акустичної емісії корпусу, тобто до різкого зниження ергономічних характеристик та надійності транспортного засобу при подальшій експлуатації. На сьогодні в Україні вже розпочато докорінне переоснащення тролейбусного парку, при цьому сприяння прискореному розвитку вітчизняного тролейбусобудування має стати одним із пріоритетних наукових напрямків фундаментальних і прикладних досліджень.

Стан проблеми. Однією з актуальних проблем оптимального проектування зубчастих передач у складі пасажирського транспорту є мінімізація їх віброактивності [4]. Відомо, що складність рішення задач динаміки планетарних механізмів, зокрема визначення спектру власних головних частот та амплітудно-частотних характеристик збурених коливань, зумовлена як значним числом елементів та з'єднань у складі системи, так і необхідністю адекватного моделювання певних елементів у вигляді мас із зосередженими параметрами (сонячна шестерня, сателіти, водило) або з розподіленими параметрами (епіцикл, складений ротор, муфти тощо). Зниження жорсткості деяких елементів і з'єднань планетарного механізму задля більш рівномірного розподілу навантаження за паралельними потоками потужності спричиняє прояв в системі різних видів взаємопов'язанних коливань, а саме крутильних та поперечних у площині, перпендикулярній осям обертання коліс [5]. Подана робота присвячена проблемі моделювання пружних деформацій системи ПКР, як єдиної коливальної системи, що містить від 3 до 5 сателітів, а також пошуку шляхів керування її частотними характеристиками шляхом варіювання жорсткістю основних пружних елементів.

Розрахункова модель коливальної системи ПКР. Для визначення і аналізу головних частот вільних коливань системи розроблено універсальну динамічну модель, що враховує наявність зв'язаних поперечних коливань осей сателітів та крутильних коливань коліс редуктора у площині XZ. Відповідну систему з 3 сателітами розглянуто як восьмимасову, що має одинадцять ступенів вільності, з 4 – як дев'ятимасову (тринадцять ступенів вільності), з 5 – як десятимасову (п'ятнадцять ступенів вільності) (рис. 3). На першому етапі розрахунків головних частот системи у моделі не враховано сили опору. Коефіцієнти зосередженої лінійної жорсткості сії у складі моделі містять цифрові позначення недеформованих твердих тіл, що умовно поєднані певним пружним елементом і відображують відповідні жорсткості: с₁₂ – вала між деталями 1 і 2; с₃₄ – вала між водилом З ПКР і колесом тролейбуса 4; с₅₀ – кріплення епіцикла 5 до тримальної рами тролейбуса 0; c₃₆, c₃₇, c₃₈, c₃₉, c₃₁₀ - опор сателітів ($c_{37}=c_{38}=c_{39}=c_{310}=c_{36}\equiv c_{0c}$); c_{26} , c_{27} , c_{28} , c_{29} , c_{210} – зачеплення сонячної шестерні 2 і сателітів (c₂₇=c₂₈=c₂₉=c₂₁₀=c₂₆ ≡ c_{шс}); c₅₆, c₅₇, c₅₈, c₅₉, c₅₁₀ - зачеплення епіцикла 5 і сателітів ($c_{57}=c_{58}=c_{59}=c_{510}=c_{56}\equiv c_{ec}$).

Для системи ПКР з 5 сателітами потенціальна енергія пружної деформації визначена у вигляді

$$\ddot{\mathbf{I}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{12}\lambda_{12}^2 + c_{50}\lambda_{50}^2 + c_{34}\lambda_{34}^2 + c_{\phi\bar{n}}\lambda_{26}^2 + c_{\phi\bar{n}}\lambda_{27}^2 + c_{\phi\bar{n}}\lambda_{28}^2 + c_{\phi\bar{n}}\lambda_{29}^2 + c_{\phi\bar{n}}\lambda_{210}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{36}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{37}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{38}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{39}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{310}^2 + c_{1\bar{n}}\lambda_{56}^2 + c_{e\bar{n}}\lambda_{57}^2 + c_{e\bar{n}}\lambda_{58}^2 + c_{e\bar{n}}\lambda_{59}^2 + c_{e\bar{n}}\lambda_{510}^2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де $\lambda_{12}, \lambda_{50}, \lambda_{34}, \lambda_{26}, \lambda_{27}, \lambda_{28}, \lambda_{29}, \lambda_{210}, \lambda_{36}, \lambda_{37}, \lambda_{38}, \lambda_{39}, \lambda_{310}, \lambda_{56}, \lambda_{57}, \lambda_{58}, \lambda_{59}, \lambda_{510}$ – деформації відповідних пружних елементів.

Із схеми деформацій (рис. 4) визначено:

$$\lambda_{26} = r_2 \varphi_2 c_w + r_6 \varphi_6 c_w - r_3 \varphi_7; \ \lambda_{36} = r_3 (\varphi_3 - \varphi_7); \ \lambda_{37} = r_3 (\varphi_3 - \varphi_9); \lambda_{27} = r_2 \varphi_2 c_w + r_6 \varphi_8 c_w - r_3 \varphi_9; \ \lambda_{28} = r_2 \varphi_2 c_w + r_6 \varphi_{10} c_w - r_3 \varphi_{11}; \ \lambda_{38} = r_3 (\varphi_3 - \varphi_{11}); \lambda_{29} = r_2 \varphi_2 c_w + r_6 \varphi_{12} c_w - r_3 \varphi_{13}; \ \lambda_{39} = r_3 (\varphi_3 - \varphi_{13}); \ \lambda_{310} = r_3 (\varphi_3 - \varphi_{15}); \lambda_{210} = r_2 \varphi_2 c_w + r_6 \varphi_{14} c_w - r_3 \varphi_{15}; \ \lambda_{510} = r_6 \varphi_{14} c_w - r_5 \varphi_5 c_w + r_3 \varphi_{15}$$

$$\lambda_{56} = r_6 \varphi_6 c_w - r_5 \varphi_5 c_w + r_3 \varphi_{17}; \ \lambda_{57} = r_6 \varphi_8 c_w - r_5 \varphi_5 c_w + r_3 \varphi_9; \lambda_{58} = r_6 \varphi_{10} c_w - r_5 \varphi_5 c_w + r_3 \varphi_{11}; \ \lambda_{59} = r_6 \varphi_{12} c_w - r_5 \varphi_5 c_w + r_3 \varphi_{13}; \lambda_{12} = \varphi_2 - \varphi_1; \ \lambda_{34} = \varphi_4 - \varphi_3; \ \lambda_{50} = \varphi_5; \ k_\alpha = \cos \alpha_w$$

де $r_2, r_3, ..., r_6$ і $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_5$ – радіуси і кути повороту відповідних коліс внаслідок пружного відхилення системи від положення рівноваги; α_w – кут зачеплення коліс; $\phi_7, \phi_9, \phi_{11}, \phi_{13}, \phi_{15}$ – кутові переміщення осей сателітів 6, 7, 8, 9, 10, що характеризують поперечні коливання сателітів; $\phi_6, \phi_8, \phi_{10}, \phi_{12}, \phi_{14}$ – кути повороту сателітів навколо своїх осей; позитивний відлік кутів повороту прийнято проти ходу годинникової стрілки.

Після підстановки (2) у (1) та групування складових отримано квадратичну форму потенціальної енергії системи ПКР у вигляді

$$\ddot{\mathbf{I}} = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^{15} \frac{c_{i,j} \varphi_i \varphi_j}{2}, \quad (3)$$



Рис. 3 – Схема динамічної моделі системи ПКР: 1 – конічне колесо у складі диференціала півосі; 2 – сонячна шестерня; 3 – водило; 4 – колесо; 5 – епіцикл; 6, 7, ..., 10 – сателіти

де узагальнені коефіцієнти жорсткості *с*_{*i,j*} визначаються за формулами:

 $[c_{11} = c_{12}; c_{12} = -c_{12}; c_{26} = c_{26}r_2r_6k_{\alpha}^2;$ $c_{2,2} = c_{12} + 3c_{26}r_2^2k_{\alpha}^2; c_{2,6} = c_{26}r_2r_6k_{\alpha}^2;$ $|c_{27} = -c_{26}r_{2}r_{3}k_{\alpha}; c_{28} = c_{26}; c_{29} = c_{27};$ $c_{2,10} = c_{2,6}; c_{2,11} = c_{2,7}; c_{2,12} = c_{2,6};$ $c_{213} = c_{27}; c_{214} = c_{26}; c_{215} = c_{27};$ $c_{3,3} = c_{3,4} + 3c_{3,6}r_3^2; c_{3,4} = -c_{3,4};$ $c_{37} = -c_{36}r_3^2; c_{39} = c_{37}; c_{311} = c_{37};$ $c_{313} = c_{37}; c_{315} = c_{37}; c_{44} = c_{34};$ $c_{5,5} = c_{50} + 3c_{56}r_5^2k_{\alpha}^2; c_{5,6} = -c_{56}r_5r_6k_{\alpha}^2;$ $c_{5,7} = -c_{56}r_5r_3k_{\alpha}; c_{5,8} = c_{5,6};$ $c_{5,9} = c_{5,7}; \ c_{5,10} = c_{5,6}; \ c_{5,11} = c_{5,7};$ (4) $c_{512} = c_{56}; c_{513} = c_{57}; c_{514} = c_{56};$ $c_{5,15} = c_{5,7}; c_{6,6} = (c_{26} + c_{56})r_6^2k_{\alpha}^2;$ $c_{67} = -c_{26}r_6r_3k_{\alpha} + c_{56}r_6r_3k_{\alpha};$ $c_{7,7} = c_{2\xi}r_2^2 + c_{2\xi}r_2^2 + c_{\xi\xi}r_2^2; c_{8,8} = c_{\xi,\xi};$ $c_{89} = c_{67}; c_{99} = c_{77}; c_{1010} = c_{66};$ $c_{10\,11} = c_{6\,7}; c_{11\,11} = c_{7\,7}; c_{12\,12} = c_{6\,6};$ $c_{12,13} = c_{6,7}; c_{13,13} = c_{7,7}; c_{14,14} = c_{6,6};$ $c_{14,15} = c_{6,7}; c_{15,15} = c_{7,7}.$



Рис. 4 – Схема пружних деформацій зубчастих елементів ПКР

Усі інші узагальнені коефіцієнти жорсткості дорівнюють нулю.

Кінетичну енергію системи ПКР визначають за рівнянням

$$T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_1 \dot{\phi}_1^2 + J_2 \dot{\phi}_2^2 + J_3 \dot{\phi}_3^2 + J_4 \dot{\phi}_4^2 + J_5 \dot{\phi}_5^2 + J_6 (\dot{\phi}_6 + \dot{\phi}_7)^2 + \\ + m_6 (V_{S6}^2 + V_{S7}^2 + V_{S8}^2 + V_{S9}^2 + V_{S10}^2) + J_6 (\dot{\phi}_8 + \dot{\phi}_9)^2 + \\ + J_6 (\dot{\phi}_{10} + \dot{\phi}_{11})^2 + J_6 (\dot{\phi}_{12} + \dot{\phi}_{13})^2 + J_6 (\dot{\phi}_{14} + \dot{\phi}_{15})^2 \end{bmatrix},$$
(5)

де $J_{1}, J_{2}, ..., J_{6}$ – осьові моменти інерції коліс (для сателітів $J_{7} = J_{8} = J_{9} = J_{10} = J_{6}$); $\dot{\phi}_{1}, \dot{\phi}_{2}, ..., \dot{\phi}_{15}$ – кутові швидкості тіл; m_{6} – маса одного сателіта ($m_{7} = m_{8} = m_{9} = m_{10} = m_{6}$).

Швидкості центрів мас сателітів визначають за формулами

$$V_{S6} = r_3 \dot{\phi}_7$$
, $V_{S7} = r_3 \dot{\phi}_9$, $V_{S8} = r_3 \dot{\phi}_{11}$, $V_{S9} = r_3 \dot{\phi}_{13}$, $V_{S10} = r_3 \dot{\phi}_{15}$. (6)

Після підстановки (6) у (5) та групування складових отримано квадратичну форму кінетичної енергії системи у вигляді

$$T = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^{15} \frac{a_{i,j} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j}{2} , \qquad (7)$$

де узагальнені коефіцієнти інерції а_{і,і} визначаються так

	<i>a</i> _{1,1} =	$J_1; a$	$J_{2,2} = J$	$t_2; a_3$	$J_{3,3} = J_3$; $a_{4,.}$	$_{4} = J_{4}$; a _{5,}	$_{5} = J_{5};$	a a _{6,6} =	= J ₆ ;]
	a _{7,7} =	$= J_6 + n_6$	$n_6 r_3^2;$	a _{8,8} =	a _{6,6} ;	a _{9,9} =	= a _{7,7} ;	$a_{10,1}$	$a_0 = a_{6}$	$a_{11,1}$; $a_{11,1}$	$a_{11} = a_{7,7}$;
	a _{6,7} =	$-J_6;$	a _{8,9} =	= a _{6,7} ;	<i>a</i> _{10,11}	$=a_{6,7}$; a_{12}	$a_{2,12} = a_{2,12}$	ı _{6,6} ;	$a_{14,14} = a_{14,14}$	a _{6,6} ;	(0)
	<i>a</i> _{12,13}	$=a_{6,7};$	<i>a</i> _{14,15}	$=a_{6,7}$; a _{13,13}	$a_{7,7} = a_{7,7}$	$_{7}; a_{15}$	$a_{15} = a$	7,7			J
	$\int c_{1,1}$	$c_{1,2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0]
<i>C</i> =	<i>c</i> _{1,2}	$c_{2,2}$	0	0	0	$c_{2,6}$	<i>c</i> _{2,7}	c _{2,8}	<i>c</i> _{2,9}	$c_{2,10}$	$c_{2,11}$	
	0	0	<i>c</i> _{3,3}	<i>c</i> _{3,4}	0	0	<i>c</i> _{3,7}	0	<i>c</i> _{3,9}	0	<i>c</i> _{3,11}	
	0	0	<i>c</i> _{3,4}	$c_{4,4}$	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	$c_{5,5}$	$c_{5,6}$	$c_{5,7}$	c _{5,8}	c _{5,9}	$c_{5,10}$	$c_{5,11}$	
	0	$c_{2,6}$	0	0	$c_{5,6}$	$c_{6,6}$	$c_{6,7}$	0	0	0	0	, (9)
	0	$c_{2,7}$	$c_{3,7}$	0	$c_{5,7}$	0	$c_{7,7}$	0	0	0	0	
	0	$c_{2,8}$	0	0	c _{5,8}	0	0	<i>c</i> _{8,8}	<i>c</i> _{8,9}	0	0	
	0	$c_{2,9}$	$c_{3,9}$	0	<i>c</i> _{5,9}	0	0	$c_{8,9}$	$c_{9,9}$	0	0	
	0	$c_{2,10}$	0	0	$c_{5,10}$	0	0	0	0	$c_{10,10}$	$c_{10,11}$	
	0	$c_{2,11}$	$c_{3,11}$	0	$c_{5,11}$	0	0	0	0	$c_{10,11}$	$c_{11,11}$	
A =	$a_{1,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0]	
	0	<i>a</i> _{2,2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	<i>a</i> _{3,3}	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	<i>a</i> _{4,4}	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	<i>a</i> _{5,5}	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	a _{6,6}	a _{6,7}	0	0	0	0	. (10)
	0	0	0	0	0	a _{6,7}	<i>a</i> _{7,7}	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	a _{8,8}	a _{8,9}	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	a _{8,9}	<i>a</i> _{9,9}	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$a_{10,10}$	<i>a</i> _{10,11}	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$a_{10,11}$	<i>a</i> _{11,11}	

Визначення спектру головних частот. Диференціальні рівняння вільних коливань системи мають вигляд

$$A\ddot{q} + Cq = 0, \tag{11}$$

де q, \ddot{q} – матриці-стовпці узагальнених координат і узагальнених прискорень системи.

Розв'язок системи рівнянь (11) шукався у вигляді

$$q_i = B_i \sin \omega t$$
, $i=1, 2, ...$ (12)

В результаті диференціювання (12) за параметром часу t, підстановки у (11), скорочення на sin ωt та перегрупування складових отримано наступну систему алгебраїчних рівнянь:

$$(C - A\omega^2) \cdot (B_1 \quad B_2 \quad . \quad . \quad B_{11})^{\mathrm{T}} = 0.$$
 (13)

Символ "т" означає транспонування матриць. Оскільки усі амплітуди *B_i* водночас не можуть бути нульовими, має дорівнювати нулю матричний вираз у перших дужках (13). Відповідно визначено частотне рівняння системи у формі

$$\left| C - A\omega^2 \right| = 0. \tag{14}$$

Корені частотного рівняння (головні частоти вільних коливань) залежать від масоінерційних характеристик системи, що визначені матрицями *A* і *C*.

Дослідження спектру головних частот системи проведено на прикладі системи ПКР з наступними параметрами: $c_{12}=2,88\cdot10^4$ H·м/рад; $c_{34}=2,88\cdot10^6$ H·м/рад; $c_{50}=6,54\cdot10^6$ H·м/рад; $c_{mc}=3,0\cdot10^9$ H/м; $c_{oc}=0,407\cdot10^6$ H/м; $c_{ec}=1,67\cdot10^9$ H/м; $J_1=0,0675$ кг·м²; $J_2=0,0018$ кг·м²; $J_3=0,086$ кг·м²; $J_4=1,473$ кг·м²; $J_5=0,051$ кг·м²; $J_6=0,00044$ кг·м²; $m_6=0,85$ кг; $r_2=0,087$ м; $r_5=0,217$ м; $r_6=0,06425$ м; $\alpha_w=20^\circ$.

Визначено спектр перших семи головних частот для ПКР відповідно з 3, 4 та 5 сателітами:

 $\Omega_3 = \begin{pmatrix} 134 & 655 & 5982 & 8920 & 21550 & 61800 \end{pmatrix} c^{-1};$ $\Omega_4 = \begin{pmatrix} 133,5 & 654 & 5980 & 61500 & 121500 & 167000 \end{pmatrix} c^{-1};$ $\Omega_5 = \begin{pmatrix} 133,1 & 653 & 5979 & 62000 & 122500 & 165000 \end{pmatrix} c^{-1}.$

В результаті аналізу розрахункових спектрів встановлено, що кількість сателітів практично не впливає на значення перших трьох головних колових частот (134 655 5982) с⁻¹, натомість більш високі частоти зі збільшенням кількості сателітів різко зростають (практично на порядок). Також встановлено, що для головних частот вище за другу варіація пружних характеристик опор сателітів та вала півосі провідного моста ПКР на два порядки призводить до зміни значень головних частот вище за другу у межах 1 %. Практично важливим результатом уявляється те, що перша головна частота системи ПКР суттєво залежить лише від жорсткості coc опор сателітів (рис. 5), натомість друга – від жорсткості c_{12} вала півосі провідного моста (рис. 6). Встановлено, що для системи ПКР, що має 4 і 5 сателітів, значення четвертої і вищих частот у 6...7 разів перевищують значення відповідних частот ПКР з 3 сателітами. Розрахунками доведено можливість варіації значень першої головної частоти в діапазоні 6...22 Гц шляхом зміни жорсткості опор сателітів в інтервалі (0,5...4,5)·10⁵ Н/м, а також – другої частоти в діапазоні 30...130 Гц шляхом зміни жорсткості вала півосі в інтервалі (0,5...4,0)·10⁴H·м/рад.

42

В результаті виконаних досліджень динамічної моделі ПКР обгрунтовано можливість управління власними частотними характеристиками ПКР у широкому діапазоні шляхом зміни кількості сателітів та жорсткості їх опор c_{oc} (для першої головної частоти), а також зміною жорсткості вала півосі c_{12} (для другої головної частоти).

Висновки.

1. Для розрахункової динамічної моделі ПКР тролейбусів ЮМЗ-Т1, -Т2 і ЗІУ-9 визначено спектр головних частот вільних коливань з різною кількістю сателітів (3, 4 і 5), встановлено можливість варіації значень першої та другої головних частот ПКР в широкому діапазоні частотного спектру.

2. Розрахункові значення першої і другої головних частот ПКР знаходяться у експериментально визначеній полосі 1...200 Гц частотного спектру вібрацій і шуму трансмісії тролейбусів.

3. Отримані результати з визначення власних частот є необхідною основою для дослідження збурених коливань системи ПКР, а також для розробки методів зниження віброактивності джерел збурення та розв'язання задач віброзахисту пасажирського транспорту.

Список літератури: 1. Гутиря С.С. Технічна еволюція світового і вітчизняного тролейбусобудування / С.С. Гутиря, Д.М. Борденюк, А.М. Чанчін // Пр. Одеського політехн. ун-ту: Наук. та науково-виробн. зб. – Одеса, 2011. – Вип. 1(35). – С. 42 – 48. 2. Гутыря С.С. Моделювання віброактивності і діагностика ушкоджень колісних редукторів тролейбусів / С.С. Гутыря, Д.Н.



Рис. 5 – Графіки функцій головних частот $\omega_i (c_{oc})$ вільних коливань системи від жорсткості опор C_{oc} сателітів: крива 1 – відповідає функції першої головної частоти ω_1 (c_{oc}) ; крива 2 – другої $\omega_2 (c_{oc})$; частота $f_i = \omega_i / (2\pi)$, Гц



Рис. 6 – Графіки функцій головних частот $\omega_i(c_{12})$ вільних коливань системи: крива 1 – першої головної частоти ω_1 (c_{12}) ; крива 2 – другої $\omega_2(c_{12})$

Борденюк, А.М. Чанчін // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. пр. Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2010. – Вип. 14. – С. 134 – 140. **3.** Дудник И.Н. Оценка вибрационного фактора в кабинах троллейбусов, определение способов и выбор средств снижения транспортной вибрации на рабочих местах водителей // Вестник гитиены и эпидемиологии. – Т. 5, №1. – 2001. – Донецк: Дон-ДМУ. – С. 29 – 33. **4.** Gradu M. Planetary Gears with Improved Vibration Behavior in Automatic Transmissions / M. Gradu, K. Langenbeck, B. Breunig // Intern. Conf. on Gears. – VDI-Berichte: 1230. – Dusseldorf: VDI Verl., 1996. – Р. 861 – 879. **5.** Samue D. Paul. Planetary Transmission Diagnostics / Samue Paul D., Joseph K. Conroy, Darryll J.Pines // Glenn Research Center, NASA/CR – 2004-213068 82, 2004, 83 p. Режим доступа <u>http://gltrs.grc.nasa.gov</u>

Поступила в редакцію 5.08.2012