

**А.В. УСТИНЕНКО**, канд. техн. наук, доц., ст. науч. сотрудник  
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ЗУБЬЕВ

*Зниження габаритів зубчастих передач при одночасному збільшенні потужності, що передається, є актуальною проблемою сучасного машинобудування. Показано необхідність переходу до розрахунку зубців на довговічність з урахуванням останніх досягнень в галузі механіки. Запропоновано схему комплексної математичної моделі втомного руйнування зубчастого колеса. На її основі розроблено методику розрахунку зубців на витривалість у вигляді програмного модуля, що підключається до широко поширених пакетів прикладних програм для розрахунку на міцність і довговічність (наприклад, MSC.Fatigue або ANSYS).*

*Снижение габаритов зубчатых передач при одновременном увеличении передаваемой мощности является актуальной проблемой современного машиностроения. Показана целесообразность перехода к расчету зубьев на долговечность с учетом последних достижений в области механики. Предложена схема комплексной математической модели усталостного разрушения зубчатого колеса. На ее основе разработана методика расчета зубьев на выносливость в виде программного модуля, подключаемого к широко распространенным пакетам прикладных программ для расчета на прочность и долговечность (например, MSC.Fatigue или ANSYS).*

*Lowering of dimensions of gears at simultaneous increase of transmitted power is an actual problem of a modern machine industry. Necessity of the transition to the calculation of teeth durability in view latest achievements in the field of mechanics is shown. The scheme of a complex mathematical model of gear fatigue damage is presented. On its base the procedure for calculation of endurance teeth as a software module is developed. That is connected to the widespread applications to calculate the strength and durability (eg, MSC.Fatigue or ANSYS).*

**Актуальность проблемы.** Одной из важнейших проблем современного машиностроения является повышение массогабаритных характеристик приводов машин, а, следовательно, их основных элементов – зубчатых передач. Как ранее было показано в [1], одним из путей ее решения является уточнение методик расчетов зубьев на изгибную выносливость.

1. В настоящее время прочностные расчеты эвольвентных зубчатых передач чаще всего выполняются по стандартным методикам ГОСТ и ISO. Также многие фирмы успешно рассчитывают зубья на прочность методом конечных элементов (МКЭ) в объемной постановке, применяя стандартные пакеты ANSYS, MSC.Nastran и др. Однако оба подхода не лишены недостатков, среди которых можно выделить следующие:

2. Определение действующих напряжений  $\sigma_F$  в стандартных методиках основано на плоской задаче теории упругости.

3. Как известно, стандартные допускаемые напряжения  $\sigma_{FP}$  определены для плоской задачи теории упругости по результатам натуральных испытаний зубчатых колес на выносливость. В этом случае при обработке результатов экспериментов автоматически учитываются чувствительность материала к концентрации напря-

жений, влияние внутренних напряжений и т.д. Однако допускаемые напряжения верны только для зубьев, имеющих одинаковые геометрические параметры  $(\alpha, z, x, m)$ , материал и термообработку с испытанными. В пределах цилиндрических передач внешнего зацепления со стандартным исходным контуром погрешность невелика. Но для передач с нестандартными исходными контурами и внутренним зацеплением, не говоря уже о перспективных неэвольвентных зацеплениях с выпукло-вогнутым профилем зубьев [2], погрешность расчета с применением этих допускаемых напряжений резко возрастает.

4. При расчете зубьев с помощью МКЭ приходится сравнивать действующие напряжения (определенные на основе пространственной задачи теории упругости) со стандартными допускаемыми напряжениями для случая плоской задачи. Естественно, это приводит к снижению достоверности результатов.

5. Большинство современных программных систем позволяют анализировать долговечность конструкций. Так, в системе ANSYS имеется модуль расчетов на выносливость [3]; в широко распространенный пакет фирмы MSC входит MSC.Fatigue – программа для анализа выносливости и оптимизации конструкции по критериям долговечности [4]. Однако они не позволяют в полной мере моделировать усталостные процессы в зубчатых колесах и других сложнопрофильных деталях.

**Цель и постановка задачи.** Таким образом, назрела необходимость создания нового подхода к методике расчета зубчатых колес, который учел бы все последние исследования и разработки в области прочности и долговечности деталей машин.

Что касается расчета действующих напряжений, то, как отмечено выше, эта задача успешно решена многими исследователями на базе МКЭ в объемной постановке с применением программных систем для конечно-элементного анализа. Нерешенной остается задача расчета долговечности зубчатых передач на основе математического моделирования усталостных процессов в металлах. Также представляется возможным разработать методику определения допускаемых напряжений по результатам такого моделирования (аналогично тому, как по результатам натуральных испытаний на выносливость были выработаны допускаемые напряжения, приведенные в ныне действующих стандартах). При этом возможны два варианта расчета.

1. Определение долговечности передачи путем моделирования процесса усталостного трещинообразования и разрушения. Возможен как детерминистский подход, основанный на критерии ресурса (условие нагрузочной способности записывается в виде  $N_L \geq N_K$ , где  $N_L, N_K$  – число циклов напряжений в соответствии с расчетным и заданным сроком службы), так и расчет вероятности безотказной работы ( $P_F$  (при  $N_L \geq N_K$ )  $\geq P_{F \min}$ , где  $P_F$  – вероятность отсутствия повреждений в течение заданного срока службы;  $P_{F \min}$  – минимальное регламентированное значение  $P_F$ ).

2. Классический расчет, основанный на сопоставлении действующих напряжений  $\sigma_F$  с допускаемыми  $\sigma_{FP}$ . В этом случае  $\sigma_F$  определяются на основе существующих решений пространственной задачи теории упругости, а  $\sigma_{FP}$  – по разрабатываемой методике.

Целесообразно реализовывать предлагаемые модели и методики в виде программных модулей для подключения к существующим системам прочностного расчета и проектирования. Это позволит избежать неизбежного в ином случае дублирования расчета действующих напряжений, воспользоваться существующим программным интерфейсом и базой данных по материалам. Оптимально, на наш взгляд, базироваться на следующих программных комплексах:

- семейство программных продуктов фирмы MSC.Software (пакеты программ MSC.Fatigue, MSC.Nastran, MSC.Patran), как несомненный лидер в компьютерном проектировании с учетом выносливости;

- одна из наиболее популярных у специалистов в области компьютерного инжиниринга программная система конечно-элементного анализа ANSYS, которая в последних версиях содержит мощный модуль оценки долговечности ANSYS nCode DesignLife.

**Пути решения задачи.** В статье [5] в общих чертах поставлена задача создания комплексной математической модели деформируемого тела при объемном напряженно-деформированном состоянии зубьев. К настоящему моменту эта задача подробно проработана, ее решение представлено ниже в виде укрупненной схемы комплексной математической модели усталостного разрушения зубчатого колеса.

Рассмотрим подробнее основные составляющие модели и некоторые теоретические предпосылки, служащие фундаментом для разработки этих составляющих. С целью удобства реализации модель разделена на следующие модули (см. рисунок).

**Модуль геометрии зуба колеса.** Входными данными являются модуль зацепления  $m$  и число зубьев  $z$ , диаметр вершин  $d_a$  и угол наклона зубьев  $\beta$ , ширина венца  $b$ , параметры исходного контура  $(x, \alpha, h_a^*, h_f^*, c^*, \rho_f^*)$  и (при наличии) модификации профиля. Выходные данные – координаты точек рабочей поверхности и переходной кривой  $(X_i, Y_i, Z_i)$  для последующего построения физико-механической и конечно-элементной модели.

**Силовой модуль.** Исходными данными является гистограмма нагружения зубчатой передачи  $T_i(N_{ci})$  в ступенчатом или плавном виде. Возможно применение как детерминистского подхода, так и задание величин нагрузок и частот вращения по случайному закону. Также на данном этапе необходимо определить (хотя бы в первом приближении) внутренние динамические нагрузки  $\nu_F$ , оказывающие существенное влияние на нагрузочную способность передачи. Для точных зубчатых колес желательно учесть возможное перемещение нагрузки в граничную точку однопарного зацепления, а также ее пере-

распределение на две пары зубьев. Выходными данными модуля является спектр повреждающих нагрузок  $S(F_{Gi})$ , необходимый для моделирования усталостных процессов и анализа НДС в последующих модулях.

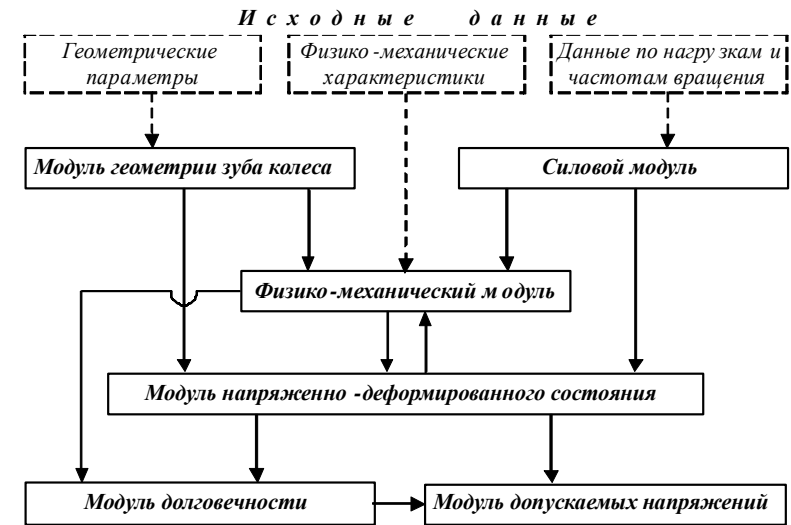


Рис. Модульная структура комплексной математической модели усталостного разрушения зубчатого колеса

**Физико-механический модуль.** Является "ядром" всей модели. На входе задаются физико-механические и структурные характеристики материала колеса с учетом термической обработки, свойств поверхности (шероховатость, упрочнение), наличия дефектов материала (вакансий, дислокаций). Моделируется процесс образования и развития усталостной трещины. Задача решается в тесной взаимосвязи с модулем НДС для определения микро- и макронапряжений. В качестве основы для моделей усталостного разрушения на первом этапе применен встроенный в MSC.Fatigue метод анализа скорости роста трещины – Crack Growth анализ. В дальнейшем, при разработке уточненных моделей целесообразно применить критерий К. Данг Вана [6], который завоевывает все большую популярность и применяется в модуле nCode DesignLife последних версий системы ANSYS. Также заслуживает внимания и подход В.С. Ивановой к усталостному разрушению металлов с позиций синергетики [7].

**Модуль НДС.** Производится расчет напряжений в корне зуба с учетом процесса формирования усталостной трещины. Основан на применении МКЭ, реализуется нами при помощи программы MSC.Nastran. При необходимости может быть применена система ANSYS и аналогичные, так как среда MSC.Fatigue позволяет импортировать результаты расчетов конечно-

элементных моделей из других программ.

**Модуль долговечности.** По результатам моделирования процесса развития усталостной трещины в комплексе с анализом НДС выполняется прогнозирование ресурса передачи на основе детерминистского или вероятностного подхода. На первом этапе приняты рассмотренные выше критерии долговечности. В дальнейшем не исключено применение и других оценочных критериев – срока службы передачи до достижения критического размера трещины  $T_{кр}$ ,  $\gamma$ -процентного ресурса и т.д.

**Модуль допускаемых напряжений.** При необходимости по результатам, полученным в модулях долговечности и НДС, строятся теоретические кривые выносливости в координатах  $N_c - \sigma_{F_{lim}}$  (число циклов напряжений до разрушения зубьев – соответствующий ему предел изгибной выносливости) и рассчитываются допускаемые напряжения  $\sigma_{FP}$  для сопоставления с действующими эквивалентными напряжениями  $\sigma_{FE}$ .

**Упрощенный путь решения задачи.** Рассмотренный подход, бесспорно, повысит достоверность расчетов зубчатых передач на выносливость, однако требует мощной вычислительной техники и больших временных затрат. Практически его можно реализовать лишь при применении для математического моделирования и расчета кластерных технологий. При отсутствии подобных компьютерных систем можно предложить альтернативный подход: воспользоваться данными испытаний зубчатых колес, по которым были выработаны ныне действующие нормы предела изгибной выносливости зубьев. В этом случае необходимо провести перерасчет базового предела изгибной выносливости  $\sigma_{F_{lim,b}}^0$  методом конечных элементов, исходя из базы испытаний  $N_c - F_{lim}$  (число циклов напряжений до разрушения зубьев – соответствующая ему разрушающая нагрузка). Безусловно, это не поможет при расчете на изгибную выносливость зубьев с нестандартным исходным контуром и незвольвентных, для которых натурные испытания на выносливость не проводились, но несколько повысит адекватность определения действующих и допускаемых напряжений.

#### **Выводы:**

1. Показана актуальность разработки методов расчета выносливости зубьев на основе математического моделирования усталостных процессов.
2. Предложена модульная структура математической модели усталостного разрушения зубчатого колеса и решены основные задачи ее подробной разработки.
3. Проверка адекватности математической модели реальным усталостным процессам осуществляется сопоставлением тестовых расчетов с результатами испытаний зубчатых колес, по которым были выработаны нормы предела изгибной выносливости зубьев для ныне действующих стандартных расчетных методик. Эти же результаты могут быть использованы для перерасчета базового предела изгибной выносливости  $\sigma_{F_{lim,b}}^0$  методом конечных элементов при применении выше упомянутого упрощенного подхода.

4. Ведется программная реализация предлагаемой методики расчетов на долговечность в виде программных модулей, подключаемых к системам MSC.Fatigue и ANSYS.

**Список литературы:** 1. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В. К вопросу об определении допускаемых напряжений при расчете зубчатых передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Технологии в машиностроении". – Харьков, 2003. – №8. – Т.2. – С.39–44. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. Сайт корпорации ANSYS: <http://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Structural+Mechanics/ANSYS+nCode+DesignLife>. 4. Корпоративный сайт компании MSC.Software: <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/MS-C-Fatigue.aspx>. 5. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В. О математическом моделировании допускаемых напряжений при объемном напряженном состоянии зубьев // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Автомобиле- и тракторостроение". – Харьков, 2004. – №24. – С.31–34. 6. Dang Van K., Griveau B., Messager O. On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion: Theory and Application // Biaxial and Multiaxial fatigue, EGA 3. Mechanical Engineering Publications. – London, 1989. – Pp.479–496. 7. Иванова В.С. Синергетика: Прочность и разрушение металлических материалов. – М.: Наука, 1992. – 160с.

Поступила в редколлегию 02.02.12