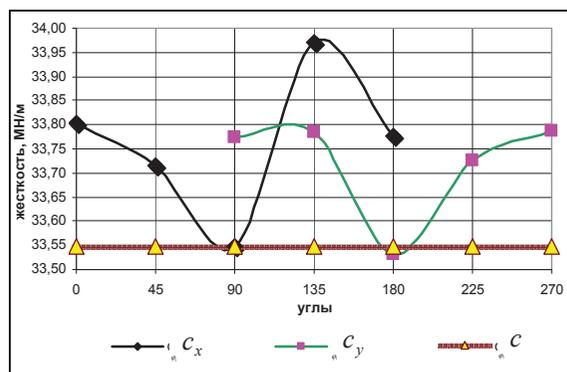


Рис. 5. График значения жесткостей, полученных численным методом



Максимальное эквивалентное напряжение по энергетической теории прочности для силы  $P_x$   $\sigma_{\max}^x = 12,487$  МПа, для силы  $P_y$   $\sigma_{\max}^y = 11,698$  МПа. Погрешность максимального напряжения  $\delta_{\sigma}^x = 7,75\%$  и  $\delta_{\sigma}^y = 13,58\%$ . На рис. 6 показано распределение эквивалентных напряжений в упругой опоре.

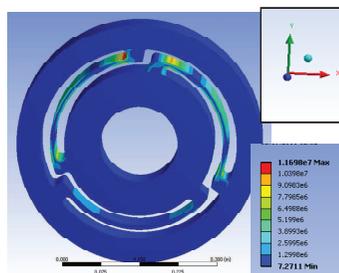


Рис. 6. Распределение напряжений в упругой опоре

**Выводы.** В работе отработана методика расчета численным методом упругой опоры подшипников качения. Дана сравнительная оценка аналитическим и численным методами расчетных напряжений и расчетных жесткостей на примере известной конструкции упругого элемента.

Показано, что величина рассчитанной численным методом жесткости исследуемой упругой опоры непостоянна и зависит от угловой координаты относительно линии действия силы. Наименьшее отклонение рассчитанной численным методом жесткости упругой опоры от величины жесткости, рассчитанной аналитическим методом, достигается в зоне приложения силы.

**Список литературы:** 1. Гапонов В.С. Аналитический обзор литературы по вопросам конструктивного обеспечения динамической устойчивости высокоскоростных роторных систем / В.С. Гапонов, А.В. Гайдамака, Е.Ю. Гладышева // Вестник НТУ „ХПИ“. Тем. Вып.: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ „ХПИ“, 2010. – №19. – С.39-44. 2. Кельзон А.С. Расчет и конструирование роторных машин / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л.: Машиностроение (Ленинград. отд-ние), 1977. – 288 с. 3. Гапонов В.С., Гайдамака А.В. Пружина опоры для подшипников роторных систем // Решение про выдачу патента на винахід № 12413/1 від 26.10.2009. 4. Гапонов В.С., Гайдамака А.В. Корпус шпінделя // Решение про выдачу патента на винахід № 14490/1 від 13.11.2009. 5. Пономарев С.Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. В 3-х т. – М. Машгиз, 1959. 6. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с. 7. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

Поступила в редколлегию 02.03.11

**А.В. ГРАБОВСЬКИЙ**, мол. наук. співроб. каф. ТММіСАПР,  
**Ю.В. КОСТЕНКО**, аспірант каф. ТММіСАПР, НТУ „ХПІ”,  
**І.В. АРТЬОМОВ**, гол. конструктор ВАТ „ГСКТР”, Маріуполь

## УДАРНА ВЗАЄМОДІЯ ТА ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ У ВІБРОУДАРНИХ МАШИНАХ З ЧАСТКОВИМ РУЙНУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ВАНТАЖУ: ЗАДАЧІ, МЕТОДИ, МОДЕЛІ

У роботі викладено новий підхід до визначення сил ударної взаємодії у вібраційних машинах. Він полягає в тому, що ударні сили не моделюються за допомогою залежностей, заданих априорно, а обчислюються на основі розрахунково-експериментальних досліджень. При цьому використовується представлення сили ударної взаємодії у вигляді ряду за базисними функціями від відносного зближення і швидкості. Невідомі коефіцієнти в розкладанні сили пропонуються визначати на основі досягнення мінімуму функціонала невідповідності результатів числового й експериментального моделювання.

В работе изложен новый подход к определению сил ударного взаимодействия в вибрационных машинах. Он заключается в том, что ударные силы не моделируются с помощью зависимостей, заданных априорно, а вычисляются на основе расчетно-экспериментальных исследований. При этом используется представление силы ударного взаимодействия в виде ряда по базисным функциям от относительного сближения и скорости. Неизвестные коэффициенты в разложении силы предлагается определять на основе достижения минимума функционала несоответствия результатов числового и экспериментального моделирования.

In this paper we outline a new approach to determining the forces of impact interaction in vibratory machines. It lies in the fact that the unbalance force is modeled using relationships defined a priori, but calculated on the basis of calculation and experimental studies. In this case, the representation of the forces of impact interaction in a series of basis functions, depending on the relative convergence and speed. The unknown coefficients in the expansion of the forces expected to be based on achieving a minimum of functional discrepancy of the results of numerical and experimental simulation.

**Вступ.** Сучасні машини проектуються для виконання все більш широкого спектру функцій. Це змушує конструкторів розширювати принципи роботи нових машин. Зокрема, зараз різко зростають області застосування вібраційних машин. Вони використовуються як транспортні та технологічні машини у різних галузях промисловості: в металообробці, в металургії, в обробці будівельних матеріалів, у сільському господарстві та переробці сільськогосподарської продукції. Цьому сприяють унікальні особливості вібраційних машин, зумовлені специфічними властивостями нелінійних динамічних систем. У той же час зростаючі вимоги до технічних характеристик, а також інтенсифікація режимів експлуатації вібромашин призводять до різкого зростання їхньої динамічної навантаженості. При цьому особливе значення дані фактори мають для важких вібраційних машин, зокрема, віброударних, тому що при цьому традиційні підходи до моделювання динамічних процесів і напружено-деформованого стану не дають адекватних результатів. У цьому контексті особливе значення набувають питання визначення сил ударної взаємодії вібромашини з технологічним вантажем (який транспортується) при

його частковому руйнуванні, оскільки в багатьох віброударних системах такого типу не можна заздалегідь установити параметри основних їх елементів. Наприклад, для великотоннажних вібраційних машин, призначених для вибивки земляних грудок з виливки великої маси, дуже високі ударні навантаження при ударній взаємодії падаючого вантажу з машиною. Процес ударної взаємодії відбувається при частковому руйнуванні земляної суміші з неоднорідними за об'ємом властивостями матеріалу. При цьому навіть для однорідного матеріалу розрахунковим шляхом важко визначити нелінійний закон зміни сили ударної взаємодії від зближення та відносної швидкості машини з технологічним вантажем, оскільки матеріал земляної грудки частково ущільнюється, частково розпушується, а частково видаляється. Це створює в поєднанні з випадковим характером всіх цих процесів ситуацію невизначеності, яка не дає можливості обчислення тривалості ударної взаємодії і амплітуди діючих навантажень, а, значить, і виникаючих в елементах машини напружень.

Таким чином, виникає *актуальна* задача розробки *удосконалених* підходів, методів і моделей, а також виявлення особливостей динамічних процесів у віброударних машинах з нелінійними неутримуючими зв'язками, розподілу сили ударної взаємодії при його частковому руйнуванні і залежності напружено-деформованого стану елементів віброударних машин від параметрів елементів віброударної системи. Це завдання поставлено і розв'язано в даній роботі.

*Метою роботи* є вдосконалення методів визначення сил ударної взаємодії у віброударних машинах на основі розрахунково-експериментальної ідентифікації залежності даних сил від параметрів стану динамічної системи. Для досягнення цієї мети в роботі розв'язані наступні *завдання*:

- аналіз та узагальнення методів моделювання динамічних процесів у віброударних системах і обґрунтування шляхів розв'язання задач;
- розробка перспективних підходів і моделей для дослідження взаємодії елементів у віброударних машинах з нелінійними неутримуючими зв'язками при частковому руйнуванні технологічного вантажу;
- аналіз впливу параметрів віброударної системи на характеристики вібраційних процесів, на зусилля ударної взаємодії та на їх тривалість;
- розв'язання прикладних задач числового моделювання динамічних процесів і напружено-деформованого стану елементів віброударних машин;
- розрахунково-експериментальне визначення параметрів динамічних процесів.

**1. Аналіз стану питання.** У роботі [1] проведено аналіз існуючих конструкцій віброударних систем (ВУС), виявлено існування величезного розмаїття типів і схем віброударних машин. Визначено методи обчислення сил взаємодії у віброударній системі. У дослідження віброударних систем значний вклад внесли такі учені, як К.В. Аврамов, П.М. Аксенов, В.А. Баженов, С.М. Барчан, І.І. Блехман, Ю.С. Воробйов, І.І. Герега, А.І. Горський, О.М. Гузь, О.М. Дмитроченко, В.З. Дятчин, А.П. Зінковський, Р.М. Козулькевич, В.Д. Кубенко, Е.Е. Лавендал, Є.С. Лапшин, В.О. Ленда, І.В. Матвеєнко, Ю.В. Міхлін, В.П. Нісонський,

Я.Г. Пановко, Д.Ю. Погорелов, К.С. Рагульскіс, Л.І. Сердюк, К.М. Степанов, В.П. Франчук, В.М. Шопя, В.Б. Яковенко, М.П. Ярошевич та ін. [2-13]. Оскільки універсальні методи розрахунку віброударних систем розроблені недостатньо, виникає актуальна науково-практична задача удосконалення методів моделювання динамічних процесів в досліджуваних віброударних системах, створення нових моделей для визначення ударних зусиль і напружено-деформованого стану елементів віброударних машин. У роботі намічені шляхи вирішення цього завдання і визначені етапи досліджень.

**2. Підходи, методи та моделі для опису динамічних процесів у віброударних системах з нелінійними неутримуючими зв'язками та дослідження напружено-деформованого стану віброударних машин.** При прийнятті проектних рішень щодо обґрунтування структури і параметрів віброударних машин виникають дві взаємопов'язані задачі: моделювання динамічних процесів віброударної взаємодії та аналізу напружено-деформованого стану елементів машин у процесі дії технологічних та експлуатаційних сил.

У запропонованій роботі пропонується застосувати математичну модель змінної структури, це дозволить охопити широкий клас ВУС, і при всьому цьому буде забезпечена її адекватність і точність, а також ефективна числова реалізація.

Традиційний підхід до опису руху цієї системи (рис. 1) полягає в тому, що досліджуваний процес розбивається на дві частини: роздільний рух тіл 1, 2 і акт їх взаємодії.

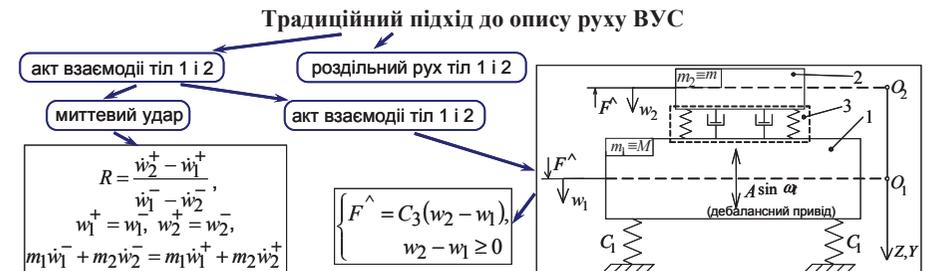


Рис. 1. Традиційний підхід

Перший з етапів звичайно не викликає труднощів при описі, який часто представляється в аналітичному вигляді. При описі другого етапу зазвичай застосовуються 2 підходи: I) Акт взаємодії розглядається як короткочасний удар. При цьому сам процес взаємодії ніяк не досліджується, а описуються тільки його наслідки (коефіцієнт відновлення  $R$ ). Цей підхід не може бути коректно застосований для дослідження віброударних систем, у яких  $m_2$  порівняна з  $m_1$ , а умови взаємодії суттєво змінюються з часом; II) При виконанні умови  $w_1 = w_2$  включаються в розгляд односторонні зусилля. Цей підхід позбавлений принципових недоліків підходу I, однак істотним його недоліком є постулювання виду залежності сили взаємодії тіл 1 і 2 від змінних стану динамічної системи.

У зв'язку з цими особливостями пропонується встановлювати залежності

сил взаємодії ланок 1 і 2 [1] у віброударній системі не апріорно, а на основі аналізу та узагальнення серії експериментальних досліджень, виконаних для великої вибірки випробувань віброударної системи:

$$F = F(\zeta(t) \equiv (w_1 - w_2), \dot{\zeta}), \quad (1) \quad F = \sum_{i,j=0}^{\infty} \alpha_{ij} \varphi_i(\zeta) \psi_j(\dot{\zeta}). \quad (2)$$

Тут  $\alpha_{ij}$  – шукані коефіцієнти, а  $\varphi_i, \psi_j$  – базисні функції.

Враховуючи, що вибір функцій  $\varphi_i, \psi_j$  диктується характером взаємодії у віброударній системі, то саме за рахунок вдалого їх вибору забезпечується швидка збіжність ряду (2) у тому чи іншому конкретному випадку. Шуканими в даному контексті є коефіцієнти  $\alpha_{ij}$ .

Зокрема, як функціональний ряд можна прийняти ряд Тейлора:

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(0,0) + \frac{\partial F}{\partial \zeta} \zeta + \frac{\partial F}{\partial \dot{\zeta}} \dot{\zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \zeta^2} \zeta^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial \zeta \dot{\zeta}} \zeta \dot{\zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \dot{\zeta}^2} \dot{\zeta}^2 + \dots = \alpha_{00} + \alpha_{10} \zeta + \alpha_{01} \dot{\zeta} + \alpha_{20} \zeta^2 + \dots \quad (3)$$

З фізичних міркувань сила  $F = F(\zeta, \dot{\zeta})$  при нульових значеннях  $\zeta, \dot{\zeta}$  дорівнює нулю:  $F(0,0) = 0 \Rightarrow \alpha_{00} = 0$ . Решта коефіцієнтів  $\alpha_{ij}$  є шуканими. Оскільки заздалегідь вони невідомі, то виникає задача ідентифікації властивостей системи. У цьому контексті задача ідентифікації набору параметрів приймає вигляд:

$$\alpha^* = \arg \min I(\zeta_N - \zeta_E), \quad (4)$$

де  $I$  – деякий критерій невідповідності розподілів змінної стану  $\zeta$  в часі, отриманих, з одного боку, чисельно (індекс  $N$ ) та експериментальним шляхом (індекс  $E$ ), відповідно, - з іншого.

Зв'язка співвідношень (1 - 4) реалізує принципово новий підхід до опису сил контактної взаємодії у віброударній системі: замість *апріорного постулювання* того чи іншого закону вводиться *процедура визначення*  $F(\zeta, \dot{\zeta})$  за результатами розрахунково-експериментальних досліджень. При цьому істотною є та обставина, що залежно від типу віброударної системи та її властивостей може бути реалізована будь-яка залежність  $F$  від аргументів, що задовольняє критерію (4).

Проаналізуємо деякі функціонали, які можна застосувати для оцінки невідповідності результатів числового й експериментального дослідження процесів ударної взаємодії. На рис. 2, 3 представлені схематично розподіли шуканих зусиль  $F^{\wedge}$ . Розглядається усталений із частотою  $\nu = 1/T$  і періодом  $T$  процес. У силу того, що зусилля  $F^{\wedge}$  є неутримуючими, тривалість їх дії  $\tau < T$ , а самі зусилля – додатні, до функції  $F^{\wedge}$  пред'являються наступні вимоги (рис. 2):

$$F = 0, \quad \zeta < 0; \quad F \geq 0; \quad (5)$$

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) > F(\zeta, 0), \quad \dot{\zeta} > 0; \quad F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(\zeta, 0), \quad \dot{\zeta} < 0. \quad (6)$$

Тоді (рис. 3):

$$F_N^{\wedge}(t) \geq 0, \quad t \in [t^*, t^* + \tau_N]; \quad (7) \quad F_E^{\wedge}(t) \geq 0, \quad t \in [t^*, t^* + \tau_E]; \quad (8)$$

$$F_N^{\wedge}(t) = 0, \quad t \in [t^* + \tau_N, t^* + T]; \quad (9)$$

$$F_E^{\wedge}(t) = 0, \quad t \in [t^* + \tau_E, t^* + T]. \quad (10)$$

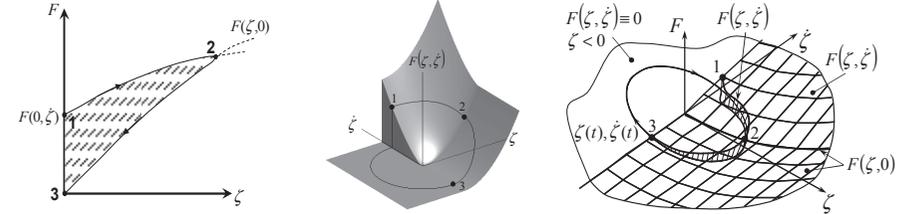


Рис. 2. Вигляд сили ударної взаємодії у фазовому просторі

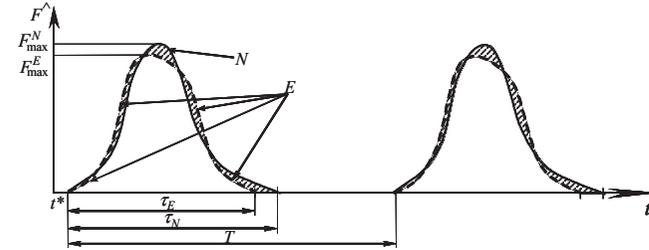


Рис. 3. Зіставлення розподілів результатів числових (N) і експериментальних (E) досліджень сил ударної взаємодії у віброударній системі

Формально як міру невідповідності часових розподілів  $F_N^{\wedge}, F_E^{\wedge}$  можна взяти будь-яку норму у функціональному просторі, відповідно до специфіки розв'язуваної задачі. Зокрема, можна як норми  $n$  функції  $f$  узяти наступні:

$$n_1 = \max |f|; \quad n_2 = \int_t^{t+T} |f| dt; \quad n_3 = \sqrt{\int_t^{t+T} f^2 dt}; \quad n_4 = \int_t^{t+T} \text{sign} f dt, \quad (11)$$

діючі в інтервалі  $t \in [t^*, t^* + T]$ . Породжені цими нормами функціонали:

$$I_1 = \frac{\max |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}|}{\max |F_E^{\wedge}|}; \quad I_2 = \frac{\int |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt}{\int |F_E^{\wedge}| dt}; \quad (12)$$

$$I_3 = \sqrt{\frac{\int (F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge})^2 dt}{\int (F_E^{\wedge})^2 dt}}; \quad I_4 = \frac{\int \text{sign} |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt}{\int \text{sign} F_E^{\wedge} dt}.$$

Дані функціонали володіють наступними властивостями:

$$I_k \geq 0 \quad \forall F_N^{\wedge}, F_E^{\wedge}, k; \quad (13) \quad I_k = 0 \Rightarrow F_N^{\wedge} \equiv F_E^{\wedge}, \quad k = 2,3. \quad (14)$$

Таким чином, якщо відомо з експерименту  $F_E^\wedge$ , то з умови мінімуму невідповідності результатів числових і експериментальних досліджень можна визначити  $F_N^\wedge$  як функцію параметрів стану та фізико-механічних характеристик елементів системи, що досліджується.

Проаналізуємо модельний випадок. Нехай сила ударної взаємодії має вигляд (еталон, результат уявного «експерименту»)

$$F = \bar{\alpha}_1 \zeta + \bar{\alpha}_2 \dot{\zeta}, \quad (15)$$

де  $\bar{\alpha}_1 = 2.06 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$ ,  $\bar{\alpha}_2 = 1.28 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ , а  $\zeta$ ,  $\dot{\zeta}$  – величини відносного зближення і швидкості у віброударній системі з 2 ступенями свободи.

Якщо в розпорядженні дослідника є тільки часові розподіли  $F_E(t)$ , то можна поставити задачу: за результатами порівняння часових розподілів  $F_E(t)$  та  $F_N(t)$ , одержуваних при інтегруванні рівнянь руху

$$\begin{cases} -m_1 \ddot{w}_1 + m_1 g + F_N^\wedge(\zeta, \dot{\zeta}, t) - C_1 w_1 - A \omega^2 \sin \omega t = 0, \\ m_2 \ddot{w}_2 - m_2 g + F_N^\wedge(\zeta, \dot{\zeta}, t) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

де  $F_N^\wedge = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta}$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – шукані, потрібно визначити  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і порівняти з заданими (еталонними).

Для числового інтегрування рівнянь (14) застосовується метод Рунге-Кутта 4-го порядку з величиною кроку інтегрування  $\Delta t = 6 \cdot 10^{-5}$  с. Початкові умови – нульові за переміщеннями і швидкостями  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $\dot{w}_1$ ,  $\dot{w}_2$ . Маса машини  $m_1 = 15960$  кг, початкова маса вантажу  $m_2 = 10^4$  кг, амплітуда збурюючої сили  $A = 3.7 \cdot 10^5$  Н, частота  $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ .

Порівняльний аналіз отриманих чисельних результатів з еталонними (15) проводиться за цикл після затухання первинних перехідних процесів. На рис. 4-6 наведено візуальні представлення функціоналів  $I_i$  в області

$$\alpha_1 \in [1.03 \cdot 10^8, 3.09 \cdot 10^8] \times$$

$$\alpha_2 \in [0.64 \cdot 10^7, 1.92 \cdot 10^7].$$

Видно, що характер залежності функціоналів  $I_i$  від кожного з параметрів різний. При цьому, однак, можна відзначити, що при зміні параметра  $\alpha_2$  функціонал змінюється сильніше, ніж при зміні  $\alpha_1$ . Крім того, функціонали  $I_1$ ,  $I_4$  мають уздовж деяких напрямків яр, що може ускладнювати процес їх мінімізації. У зв'язку з цим пропонується

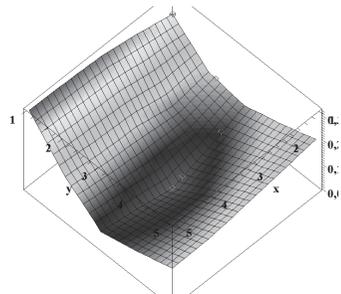


Рис. 4. Візуальне представлення функціонала  $I_2$  (12)

як мінімізуємо функціонали прийняти  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_0 = (I_1 + I_4)/2$ .

Як алгоритм пошуку мінімуму вибраного  $I$  пропонується метод покоординатного спуску:

1) задається початкове наближення  $[\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}]$ ;  $i = 0$ ;  $\omega_1^{(i)} = 1$ ;  $\omega_2^{(i)} = 1$ ;

2) визначається поточне наближення  $\alpha_1^{(i+1)} = \alpha_1^{(i)} - \omega_1^{(i)} I'_{\alpha_1}(\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}) / I''_{\alpha_1}(\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)})$ ;

$\alpha_2^{(i+1)} = \alpha_2^{(i)} - \omega_2^{(i)} I'_{\alpha_2}(\alpha_1^{(i+1)}, \alpha_2^{(i)}) / I''_{\alpha_2}(\alpha_1^{(i+1)}, \alpha_2^{(i)})$ ;

3) перевіряється умова  $I(\alpha^{(i+1)}) \leq I(\alpha^{(i)})$ , і в разі її порушення приймається  $\omega_{1,2}^{(i)} = \omega_{1,2}^{(i)}/2$  з повторенням етапу 2);

4) визначається

$$\delta = \frac{\sqrt{[\alpha_1^{(i+1)} - \alpha_1^{(i)}]^2 + [\alpha_2^{(i+1)} - \alpha_2^{(i)}]^2}}{\sqrt{(\alpha_1^{(i+1)})^2 + (\alpha_2^{(i+1)})^2}};$$

5) якщо  $\delta \leq \epsilon$ , де  $\epsilon$  – заздалегідь встановлена константа (характеризує збіжність процесу), то процес припиняється, і розв'язок приймається у вигляді  $\alpha_i^- = \alpha_i^{(i+1)}$ ,  $\alpha_2^- = \alpha_2^{(i+1)}$ , інакше встановлюється  $i = (i+1)$ ,  $\omega_{1,2} = 1$ , і процес повторюється з етапу 2).

Умовно область зміни параметрів  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  зображується у вигляді прямокутника, в якому  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  змінюються від 1 до 5. Точка (3, 3) відповідає точному розв'язку.

На рис. 7 представлена траєкторія руху точки поточного наближення в площині  $(\alpha_1, \alpha_2)$ . На рис. 8 – часові розподіли  $F_N^\wedge$ ,  $F_E^\wedge$  у характерні моменти інтегрування. Видно, що запропонований критерій невідповідності  $I_2$  (аналогічний площі на рис. 3 між кривими  $F_N^\wedge$ ,  $F_E^\wedge$ , тобто сумарна різниця імпульсів) результатів числових і експериментальних досліджень досить ефективний з точки зору швидкості збіжності ітераційного процесу та досягнення необхідної точності. Враховуючи, що функціонали  $I_3$ ,  $I_0$  аналогічні за виглядом залежності від  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , то можна припустити, що і при їх використанні буде спостерігатися та ж картина. Це припущення підтверджується в ході числових досліджень з використанням  $I_0$ ,  $I_3$  (рис. 9).

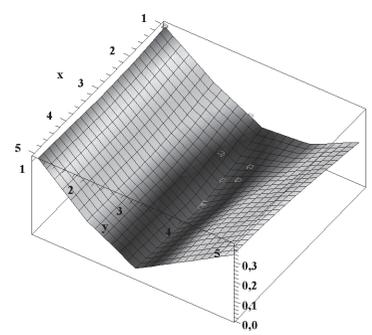


Рис. 5. Візуальне представлення функціонала  $I_3$  (12)

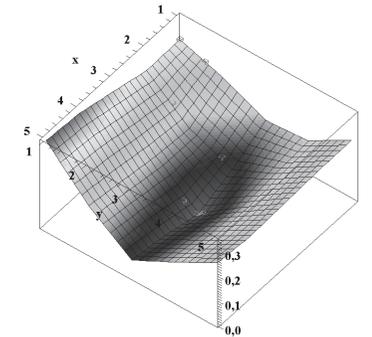


Рис. 6. Візуальне представлення функціонала  $I_0 = (I_1 + I_4)/2$

Рис. 7. Траєкторія руху точки поточного наближення розв'язку для функціонала  $I_2$

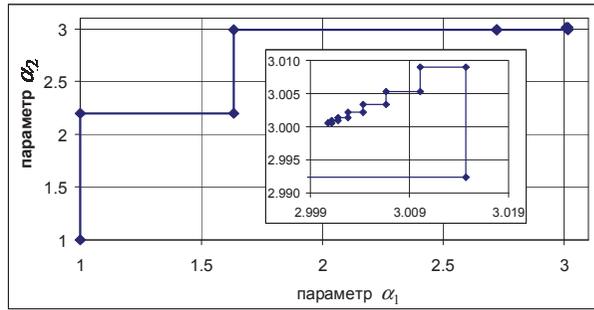


Рис. 8. Графіки часових розподілів  $F_N^{\wedge}$ ,  $F_E^{\wedge}$  для різних наборів параметрів  $\alpha_1, \alpha_2$  (випадок функціонала  $I_2$ )

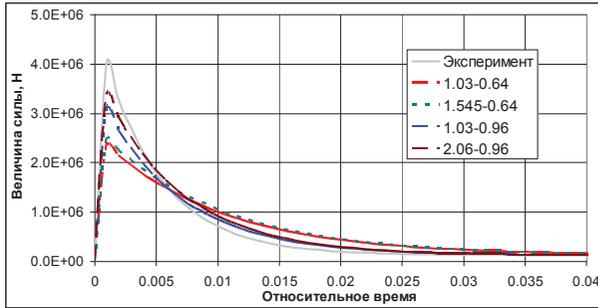
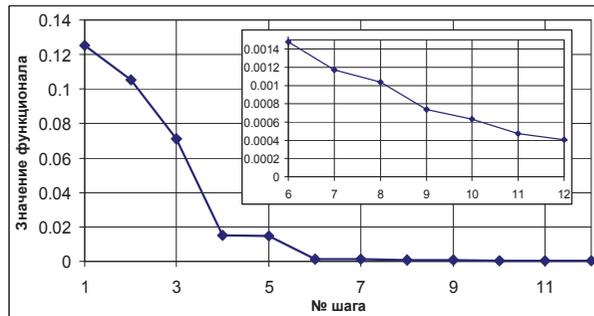


Рис. 9. Графік зміни функціонала  $I_0$



Усі запропоновані критерії невідповідності  $I$  приводять ітераційний процес до точного розв'язання (3, 3) досить швидко: третя значуща цифра виходить вже після 10-ти кроків релаксації.

Таким чином, рекомендовано як алгоритм пошуку мінімуму функціоналу невідповідності числових і експериментальних досліджень  $F^{\wedge}$  покоординатний спуск з прискоренням, а як функціонал для мінімізації –  $I_2, I_3$  або  $I_0$ .

Якісний аналіз динаміки нелінійної віброударної системи можна без зниження загальності провести на прикладі системи з 2 ступенями вільності, що описується рівняннями (16). В якості інформативних даних про поведінку досліджуваної віброударної системи обрані часові розподіли  $w_1, w_2, \zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}$ ; часові розподіли  $F^{\wedge}$ ; тривалість  $\tau$  ударної взаємодії; величина коефіцієнта

відновлення  $R$ ; фазові діаграми у площинах  $(w_1, \dot{w}_1)$  та  $(w_2, \dot{w}_2)$ .

При розгляді різних математичних моделей для зручності ідентифікації складових пропонується ввести матрицю „зведених” ідентифікаторів  $I = \text{iden}(O_{(1)}, O_{(2)} \dots O_{(n)})$  (рис. 10).

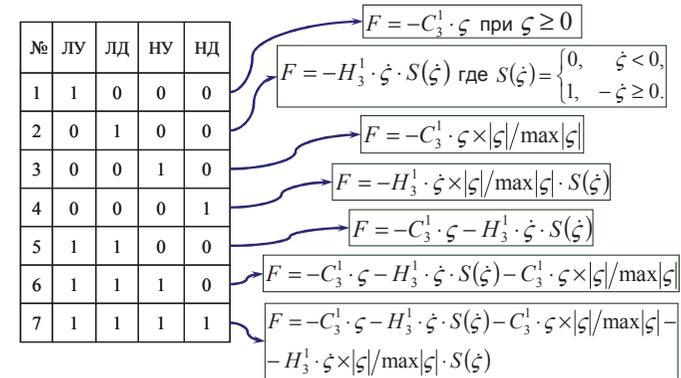


Рис. 10. Схема зведених ідентифікаторів складових сили ударної взаємодії

Проаналізуємо кілька характерних випадків впливу кожної складової сили на поведінку віброударної системи. Виходячи з особливостей поставленої у роботі задачі, для моделювання складних фізико-механічних процесів у вібраційних машинах пропонується використовувати підхід, який дозволяє генерувати множину моделей, що об'єднує набори моделей у різних *зрізах* і з різними *ступенями складності*.

У роботі показано вплив різних компонент сили на поведінку динамічної системи. Для них наводяться представлення сили, а також результати моделювання. Усі результати наведено у безрозмірному вигляді. Як базовий випадок (до характеристик якого віднесені всі контрольовані величини) була вибрана модель з *повним* набором параметрів у системі. У матриці «зведених» ідентифікаторів сили складових на рис. 10 модель наводиться під номером 7. Нижче (рис. 11-17) наведені деякі динамічні характеристики для віброударної системи з повним набором параметрів на усталеному режимі у відносному часі:

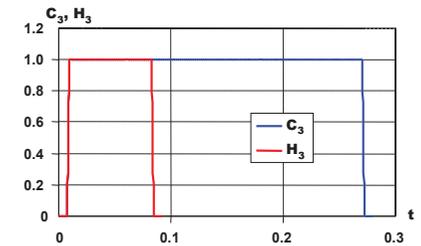


Рис. 11. Включення складових сили взаємодії

$$F = C_3^1 \cdot (w_2 - w_1) + C_3^1 \cdot (w_2 - w_1) \cdot \frac{|w_2 - w_1|}{\max|w_2 - w_1|} + H_3^1 \cdot (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) \cdot S(\dot{w}_2 - \dot{w}_1) +$$

$$+ H_3^1 \cdot (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) \cdot \frac{|w_2 - w_1|}{\max|w_2 - w_1|} + S(\dot{w}_2 - \dot{w}_1) =$$

$$= -C_3^1 \cdot \zeta - C_3^1 \cdot \zeta \cdot \frac{|\zeta|}{\max|\zeta|} - H_3^1 \cdot \zeta \times S(\zeta) - H_3^1 \cdot \zeta \cdot \frac{|\zeta|}{\max|\zeta|} \cdot S(\zeta).$$

При цьому режимі коефіцієнт відновлення удару  $R = 0.1643$ , тривалість імпульсу  $\tau = 0.0163$ .

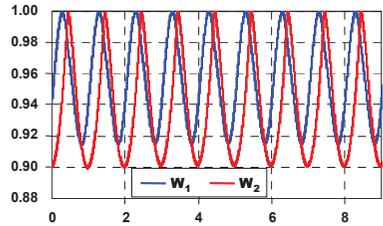


Рис. 12. Розподіли відносних величин  $w_1(t)$  та  $w_2(t)$

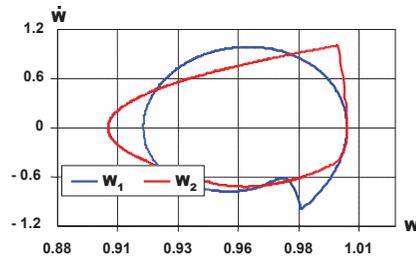


Рис. 13. Фазові діаграми в площинах  $(w_1, \dot{w}_1)$  та  $(w_2, \dot{w}_2)$

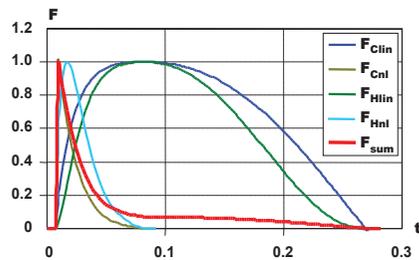


Рис. 14. Характер розподілу складових сили  $F^{\wedge}(t)$

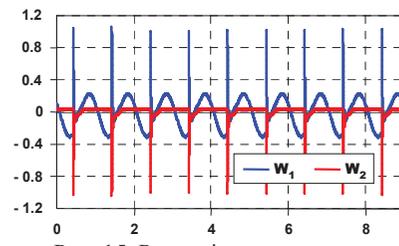


Рис. 15. Розподіли прискорень  $\ddot{w}_1(t)$  та  $\ddot{w}_2(t)$

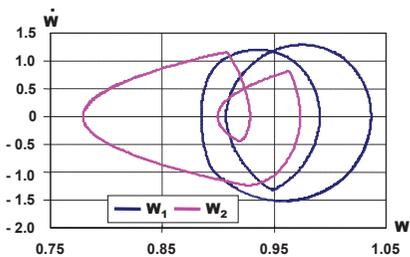


Рис. 16. Фазові діаграми для лінійної пружної моделі

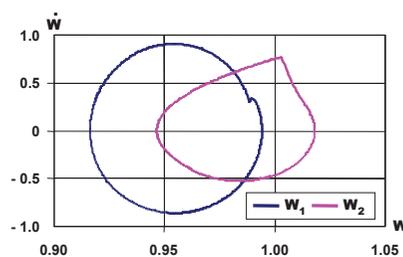


Рис. 17. Фазові діаграми для лінійної в'язкої моделі

Залежно від вибору складової сили на сталому режимі система може мати як рівноударний, так і різноударний режим роботи (рис. 13, 16, 17). Кожна складова здійснює свій вплив на тривалість імпульсу, амплітуду коливань, прискорень і т.д. в широких межах.

Важливо відзначити якісні особливості: зміщення максимальної сили від початку ударної взаємодії до середини, деформація фазових діаграм (див. рис.16, 17), перевищення тривалості дії пружної компоненти порівняно з в'язкою, явище установаження, підстроювання та інше. Таким чином, доведено, що шляхом цілеспрямованого перебору компонент сили  $F^{\wedge}$  в розкладанні (2) можна досить широко управляти різними характеристиками у віброударній системі. Отже, показана можливість постановки і доцільність розв'язання і задач ідентифікації, і управління, і синтезу.

**3. Дослідження динамічних процесів на прикладі вибивної машини для вибивки великих виливків.** Досліджується вибивна машина масою близько 21т, маса вантажу близько 10 т (рис. 18). При цьому отриманий характер руху робочої конструкції вибивної віброударної машини при різних режимах роботи із залученням моделей різних рівнів. На рис. 19 показані характеристики для вибивної машини при її розгоні через резонанс. Як видно з графіків, на резонансній частоті амплітуда коливань збільшується в 3 рази відносно до зарезонансої (для даної машини – робоча).

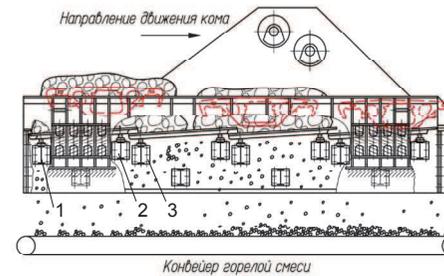


Рис. 18. Загальна схема досліджуваної вибивної машини

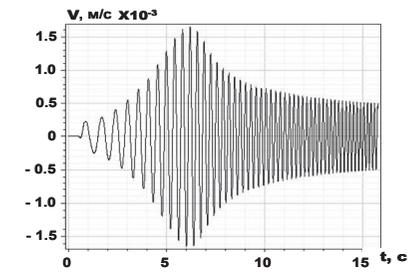


Рис. 19. Переміщення центру мас вібромашини при розгоні

Показано вплив величини вагових коефіцієнтів  $\alpha_{ij}$  на різні динамічні характеристики. Дослідження проводилися для різних моделей. Як приклад наведена залежність тривалості імпульсу і амплітуда прискорень центру мас залежно від жорсткості вибивної машини (рис. 20) в лінійній пружній моделі.

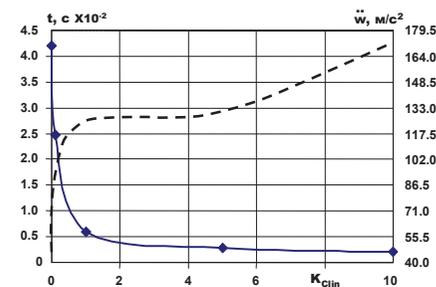


Рис. 20. Зміна тривалості імпульсу та амплітуди прискорень центру мас залежно від жорсткості (— - тривалість, - - - прискорення)

Аналіз показав, що варіювання вагових коефіцієнтів досить сильно впливає на

зміну динамічних характеристик даної конкретної віброударної системи в досить широкому діапазоні.

**4. Розрахункові схеми і результати моделювання напружено-деформованого стану вибивної машини.** Дослідження НДС проводиться за допомогою МСЕ.

Задача розбита на дві підзадачі (рис. 21):

квазістатика і перехідна динаміка. Такий поділ задачі є цілком

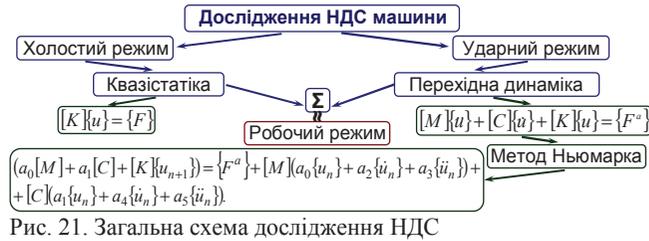


Рис. 21. Загальна схема дослідження НДС

природним,

оскільки в системі присутні два типи навантажень: навантаження від дебалансних валів та імпульсне навантаження. Віброударна машина працює у зарезонансному режимі, тому пропонується розбити холостий режим на три підрежими щодо компонент зусиль, створених дебалансними валами.

Конструкція розвивалася переважно гексоїдальною скінченно-елементною сіткою. Тип СЕ – квадратичні, кількість ступенів свободи – 2.95 млн. Побудована модель вибивної машини є параметричною і дозволяє варіювати товщини підрешітних балок (рис. 22), товщини щік дебалансних валів і конструкцію оребріння бічних панелей та параметри ґрат. На рис. 23 показані еквівалентні напруження у корпусі вибивної машини для вертикальної компоненти зусилля та підрешітної балки. На рис. 24 представлена розрахункова схема для дослідження напружено-деформованого стану від імпульсного навантаження. При цьому характеристики імпульсу беруться із розв’язку нелінійної задачі динаміки, наведеної раніше.

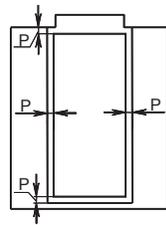


Рис. 22. Приклад варійованого параметра

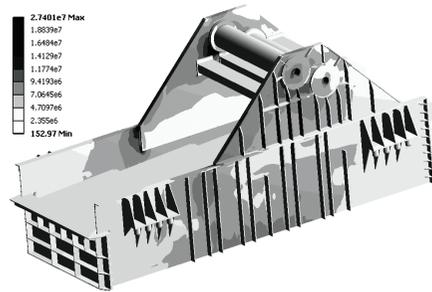


Рис. 23. Еквівалентні напруження по Мізесу при вертикальному навантаженні

Система інтегрується в повній постановці методом Ньюмарка.

Далі наводяться графіки зміни напружень в часі в точках досліджуваної підрешітної балки (рис. 25, 26). Також представлені картини напружено-деформованого стану у всьому корпусі вибивної машини в деякі моменти часу (рис. 27). Представлений характер зміни динамічних напружень в досліджуваній підрешітній балці залежно від товщини листів, з яких вони

виготовлені (рис. 28, 29).

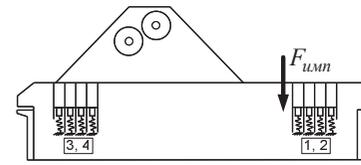


Рис. 24. Розрахункова схема для вибивної машини при імпульсному навантаженні

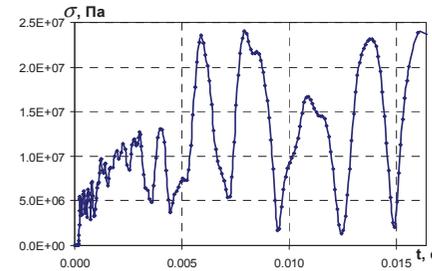


Рис. 26. Зміна еквівалентних напружень у часі в датчику № 4



Рис. 28. Максимальні динамічні напруження в датчику № 3 залежно від товщини стінок підрешітних балок

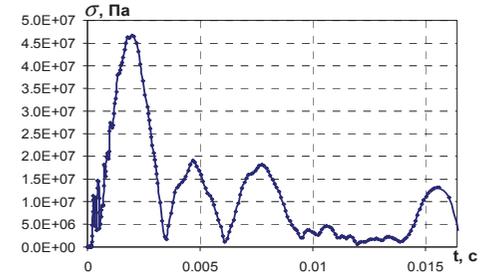


Рис. 25. Зміна еквівалентних напружень у часі в середній частині балки № 2

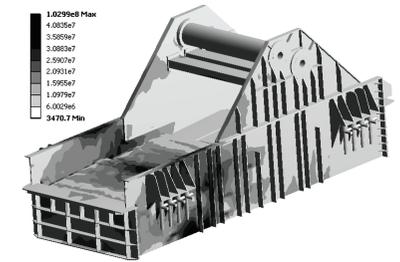


Рис. 27. Еквівалентні напруження по Мізесу в корпусі та підрешітній балці вибивної машини в момент часу  $t = 2.352 \cdot 10^{-3}$  с.

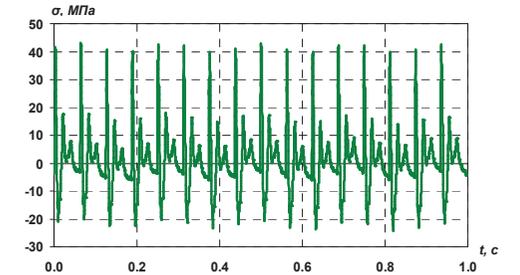


Рис. 29. Динамічні напруження в досліджуваній балці після застосування суперпозиції холостого і динамічного режиму

Як видно з представлених графіків і картин розподілів, що виникають у металоконструкції корпусу вибивної машини, напруження від імпульсного навантаження значно вищі, ніж від навантажень на холостому ході. Крім того, показано, що шляхом зміни конструктивних параметрів можна ефективно управляти рівнем напружень (рис. 28). На рис. 29 показані сумарні еквівалентні динамічні напруження в досліджуваній точці підрешітної балки в часі.

З використанням цих моделей як інструменту досліджень отримані важливі результати при дослідженні динаміки і міцності машини для вибивки литва. Отримані результати покладені в основу при виробленні рекомендацій з проектування віброударної машини зі зниженою на 10-12% масою і на 15-20% – напруженнями.

**5. Експериментальне дослідження вибивної машини.** Дослідження проводилися на ЗАТ „АзовЕлектроСталь”, у результаті чого був отриманий характер зміни динамічних напружень в часі на реальній машині в реальних умовах (рис. 30).

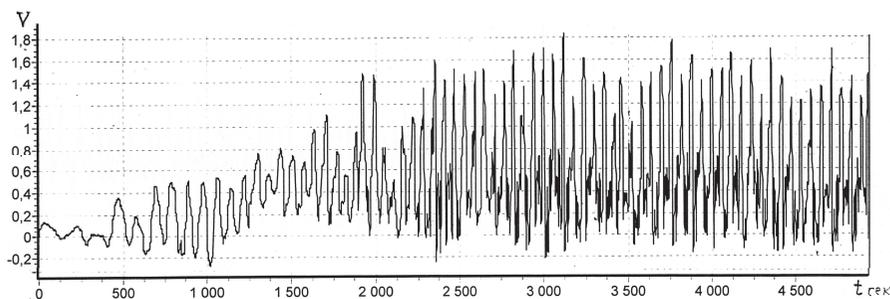


Рис. 30. Осцилограма напружень (на балці № 2, див. рис. 18)

За отриманими характеристиками проведена верифікація числових розрахунків, а саме динамічних характеристик, та нестационарного НДС. Розбіжність у результатах моделювання по тривалості удару до 15%, по напруженнях – до 20% (рис. 31, табл. 1). Спроектована і впроваджена вибивна машина для унікальної автоматизованої лінії вагонного литва на ВАТ „Азовмаш”.

Аналіз результатів експлуатації вибивної машини на протязі 4-х років, показав: правильність вибору конструктивних параметрів окремих вузлів і механізмів; відсутність поломок, виходу з ладу базових деталей, що говорить про достатню розрахункову міцність конструкції; збільшення обсягу виробництва великого вагонного литва за рахунок усунення простоїв. Цим підтверджується адекватність розроблених

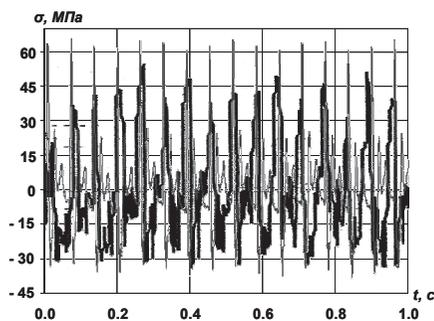


Рис. 31. Порівняння числових та експериментальних даних (— розрахунок, — експеримент)

Таблиця 1

Аналіз динамічних процесів та напружено-деформованого стану вібраційної машини

№ дт.	$\tau_0$ , мс	$\sigma_0$ , МПа	$\tau_N$ , мс	$\sigma_N$ , МПа	$\delta_\tau$ , %	$\delta_\sigma$ , %
1	16	55.5	18	65	11	15
2	15.5	35.5	18	40	14	18

математичних моделей, точність отриманих результатів та обґрунтованість рекомендацій.

Запропонований в роботі підхід і моделі дозволяють здійснювати дослідження динамічних процесів у віброударних системах і напружено-деформованого стану у вибивних машинах на основі нових підходів і моделей. Це складає рішення актуальної науково-практичної задачі. Розроблені за результатами досліджень рекомендації дали можливість провести аналіз динамічних процесів та напружено-деформованого стану вібраційної машини, розробити рекомендації щодо вибору її параметрів і структури, а також виготовити і впровадити у виробництво вибивну машину, що задовольняє всім вимогам для безперервної роботи в складі автоматизованої лінії великого вагонного литва на ВАТ „Азовмаш”. Забезпечується надійна і безпечна експлуатація всієї лінії.

**Висновки.** У роботі представлені узагальнені підходи, вдосконалені методи і моделі для визначення сил ударної взаємодії у віброударних машинах на основі нового їх подання у вигляді розкладу в ряд по базисних функціях від узагальнених координат і швидкостей, а також установлені нові фізичні закономірності динамічних процесів у цих машинах та напружено-деформованого стану їх елементів, що є розв'язанням нової актуальної науково-практичної задачі для технологічних, транспортних та інших вібраційних машин. Основні наукові, практичні результати виконаних досліджень є наступними.

1. Як показав аналіз стану питання, на даний час відсутній єдиний підхід до формування математичних моделей віброударних систем, які адекватно описують процеси ударної взаємодії їх елементів при частковому руйнуванні технологічного вантажу. На основі цього сформульовані завдання досліджень, направлені на розробку моделей, які володіють властивостями варіативності, гнучкості структури і змінності компонент.

2. Запропоновано опис зусиль ударної взаємодії у вигляді розкладання в ряд за базисними функціями, принципово відмінний від використовуваних раніше моделей тим, що сам вигляд моделей є не постулюємим (заданим), а шуканим (визначається). Також запропоновано підхід до розрахунково-експериментального визначення вагових коефіцієнтів і множини базисних функцій в розкладанні сили ударної взаємодії, що дає змогу досить точно описати динамічну поведінку системи. Крім того, запропоновані критерії для числової оцінки відповідності результатів числових і експериментальних досліджень.

3. Установлено, що при варіюванні коефіцієнтів розкладання і множини базисних функцій в розкладанні сили ударної взаємодії різко змінюються і часові розподіли цих зусиль, і їх величини, і тривалість ударної взаємодії, і вигляд фазових траєкторій віброударної системи. У віброударній системі з нелінійними неутримуючими зв'язками існують стійкі режими руху, які в широкому діапазоні не залежать від початкових умов. Т.ч., можна відзначити, що система самопідстроюється відносно моменту ударної взаємодії її елементів. При цьому у системі за певних параметрів можуть бути реалізовані субгармонійні процеси.

4. На прикладі машини для вибивки великого литва були встановлені залежності її напружено-деформованого стану від форми та розмірів підрешітних балок, які є

відповідальними несучими елементами металоконструкції, а також від інших елементів машини. Було, наприклад, виявлено, що при зміні товщини стінок балок з 10 до 20 мм максимальні динамічні напруження змінюються з 75 до 45 МПа, причому залежність максимальних динамічних напружень від товщини має нелінійний характер. При розв'язанні комплексу прикладних задач були розроблені рекомендації щодо визначення основних параметрів та структури проекрованої конструкції віброударної машини. Це дало можливість прискорити процес проектування, підвищити технічні характеристики та зменшити масу вибивної машини на 10-12% з одночасним зниженням напружень на 15-20%.

5. На основі визначених у процесі моделювання віброударної системи ударних зусиль були отримані уточнені картини напружено-деформованого стану металоконструкції віброударної машини для вибивки великого вагонного литва. У ході експериментальних досліджень був підтверджений якісний характер отриманих у роботі числових результатів, що підтверджує достовірність запропонованого підходу. Похибка моделювання домінуючих компонент напружено-деформованого стану у найбільш навантажених елементах не перевищує 12%.

У подальших дослідженнях планується визначити зусилля, компоненти напружено-деформованого стану, а також динамічні характеристики конструкції віброударної машини для вибивки великого вагонного литва з варіюванням її силової структури, конструктивних параметрів і експлуатаційних режимів.

**Список літератури:** 1. *Грабовский А.В.* Ударное взаимодействие и динамические процессы в виброударных машинах с частичным разрушением технологического груза: дис... кандидата техн. наук: 05.02.09 / Грабовский Андрей Владимирович. – Харьков, 2010. – 181 с. 2. *Аксенов П. Н.* Оборудование для литейных цехов. Учебник для машиностроительных вузов / П. Н. Аксенов. – М.: Машиностроение, 1977. – 510 с. 3. *Погорелова О.С.* Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах / О.С. Погорелова, Т.Г. Постникова, С. Н. Гончаренко // Пробл. Прочности. – 2009. – № 4. – С. 69-77. 4. *Погорелова О.С.* Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия / О.С. Погорелова, Т.Г. Постникова, О. А. Лукьянченко // Пробл. прочности. – 2008. – № 6. – С. 82-90. 5. *Барчан С.М.* Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибивної транспортуєчої машини для формувальних ліній крутного литва: дис. канд. техн. наук: 05.02.02 / Барчан Євген Миколайович. – Маріуполь. – 2008. – 178 с. 6. *Воробьев Ю. С.* Скоростное деформирование элементов конструкции / Ю. С. Воробьев, А. В. Колодяжный, В. И. Севрюков [и др.] – Киев: Наукова думка. – 1989. – 192 с. 7. *Гергея И.И.* Совершенствование конструкций и методов расчета вибрационных машин / автореф. дис. канд. техн. наук: 01.02.06 – динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры / И. И. Гергея – Львов. – 1991. – 16 с. 8. *Нисонский В.П.* Математическая модель многосекционных вибывных агрегатов с учетом рассеяния энергии / В. П. Нисонский, И. И. Гергея, Р. М. Козулькевич [и др.] // Пробл. прочности. – 1994. – № 10. – С. 30-36. 9. *Гергея И. И.* Взаимодействие рабочей нагрузки с рабочим органом в ударно-вибрационных машинах / И. И. Гергея // Пробл. прочности. – 1995. – № 4. – С. 74-82. 10. *Дмитроченко О. Н.* Эффективные методы численного моделирования динамики нелинейных систем абсолютно твердых и деформируемых тел // дис. канд. физ.-мат. наук: 01.02.01 / Дмитроченко Олег Николаевич. – 2003. – 125 с. 11. *Сердюк Л. И.* Основы теории, расчет и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными возбудителями // дис. докт. техн. наук: 05.02.02: 01.02.06 / Сердюк Леонид Иванович. – Полтава, Харьков. – 1991. – 305 с. 12. *Вибрации в технике: Справочник.* В 6-ти томах. – М.: Машиностроение. – 1981. – Т. 4. Вибрационные процессы и машины. – Под ред. Лавендала Э. Э., 1981. – 509 с. 13. *Пановко Я. Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – 4-е изд., перераб. и доп. – Л.: Политехника. – 1990. – 272 с.

УДК 539.375

**Т.М. ДАЛЯК**, канд. фіз.-мат. наук, мол. наук. співробітник, Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України,  
**В.П. НИСОНСЬКИЙ**, асистент кафедри вищої математики, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;  
**В.М. ШОПА**, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник, Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, Івано-Франківськ

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОГО РЕЖИМУ РОБОТИ ВІБРОГРАТКИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ В'ЯЗКОГО ОПОРУ

Розглядається математична модель динамічного режиму роботи віброагрегата в вигляді системи диференціальних рівнянь Лагранжа II-го роду. Технологічне навантаження віброагрегата взаємодіє з робочими органами інерційно-ударних вибивних граток при наявності в'язкого опору. Досліджується вплив в'язкого опору на амплітуди коливань та прискорень при динамічному режимі роботи.

Рассматривается математическая модель динамического режима работы виброагрегата в виде системы дифференциальных уравнений Лагранжа II-го рода. Технологическая нагрузка виброагрегата взаимодействует с рабочими органами инерционно-ударных вибивных решеток при наличии вязкого сопротивления. Исследуется влияние вязкого сопротивления на амплитуды колебаний и ускорений при динамическом режиме работы.

A simulator of the dynamic conditions of a multisectional vibrating unit is considered in the form of a system of Lagrange differential equations. There is considered the interaction of a technological load of multisectional aggregates with working organs of inertknock grates taking into account viscous resistance. There is investigated the influence of viscous resistance on vibration and acceleration amplitude during the dynamic conditions.

**1. Вступ.** Важливими у використанні в машинобудуванні є віброагрегати (віброударні машини). Це, наприклад, вибивні гратки для ливарного виробництва. В попередніх роботах авторами була побудована узагальнена математична модель віброударного агрегата з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл [1-3]. Пропонована узагальнена математична модель віброударного агрегата, що розглядалася раніше, містила довільну кількість твердих тіл, що з'єднувалися ланцюгово-розгалуженим способом з допомогою пружних зв'язків. Взагалі, математичному моделюванню вибивних інерційних агрегатів присвячена значна кількість робіт. Активно працюють в цьому напрямку ряд авторів з НТУ «ХПІ» (м. Харків). В роботі [4] С.М. Барчан, М.А. Ткачук та А.В. Грабовський наводять результати експериментального дослідження динамічних процесів вибивної машини за дебалансним приводом, а також дають рекомендації на підставі проведеного аналізу. В роботі А.В.Грабовського [5] робиться огляд конструкцій інерційних машин та їх принципових схем роботи.