

Н.Н. ТКАЧУК, НТУ „ХПИ”

К ВОПРОСУ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОЛЕС ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Розглянуто питання скінченноелементного моделювання коліс двопараметричних передач і алгоритми автоматизованої побудови їх достовірних скінченноелементних моделей з урахуванням характеру деформування.

Finite element modeling of two-parameter transmissions gear wheels as well as robust models generation algorithms allowing for their deformation characteristics are considered in the paper.

Введение. Качество и оперативность создания конкурентоспособных изделий во многом обусловлены средствами и методами, применяемыми их разработчиками на различных стадиях проектирования. Недостаточная проработанность какой-либо из сторон проекта может свести к нулю усилия, потраченные на выполнения других его частей. В частности, отсутствие должного инженерного анализа тех или иных конструктивных решений часто служит причиной отказов или низких технологических и эксплуатационных характеристик изделия.

В настоящее время прослеживается тенденция уменьшения разрыва между конструированием и расчетом, призванная повысить эффективность в машиностроении в соответствии с современным уровнем развития САД-технологий и средств автоматизированного анализа. Разработки инженерного программного обеспечения предлагают широкий выбор универсальных систем автоматизированного проектирования (САПР), средствами которых решается большой спектр задач – от создания чертежей и геометрического моделирования до подготовки технологической документации и сопровождения производственного процесса. Тем не менее, наличие высокопродуктивных инструментов моделирования и анализа не решает проблемы выбора методов и критериев при проектировании сложных уникальных объектов. В отсутствие разработанных методик и рекомендаций приходится выполнять значительный объем исследовательских работ и проверять большое число альтернативных решений.

В подобных ситуациях оправданным является создание специализированных САПР, объединяющих инструментарий средств компьютерного моделирования и исследовательские методы, разработанные для конкретного класса машиностроительных конструкций [1]. Это позволяет решать специфические задачи, возникающие при проектировании таких изделий как внешними, так и внутренними средствами САПР в рамках единого исследовательского цикла. Обоснованию такого подхода посвящены работы [1,2]. В работах [3,4] обсуждаются особенности его реализации для проектирования механизмов и машин, детали которых имеют кинематически генерируемые поверхности (КГП), и, в частности, двухпараметрических передач (ДПП) [5,6]. В данной статье рассматриваются вопросы конечноэлементного моделирования колес ДПП и ал-

горитмы автоматизированного создания достоверных конечноэлементных моделей (КЭМ), учитывающих характер деформирования.

Постановка задачи. Решаемая здесь задача является составной частью создания программно-аппаратного комплекса анализа, синтеза и прототипирования цилиндрических двухпараметрических передач [4-6]. В них реализуется нестандартное зацепление, что позволяет колесам передачи (помимо согласованного вращения)

также смещаться друг относительно друга без потери контакта и разрыва потока мощности. Форма рабочих поверхностей двухпараметрических передач, которая должна удовлетворять уравнениям зацепления, находится в ходе решения задачи синтеза с помощью кинематического метода, изложенного в [7]. В работах [3, 6] приведены основные уравнения синтеза для рабочих поверхностей цилиндрических передач и алгоритмы их численного решения. На рис. 1 приведена построенная на основе этих результатов средствами CAD-системы Pro/ENGINEER геометрическая модель макета „плоской” цилиндрической передачи. Видно, что цилиндрическое колесо, находясь двумя зубьями в зацеплении, может свободно смещаться вдоль линии зуба конического колеса.

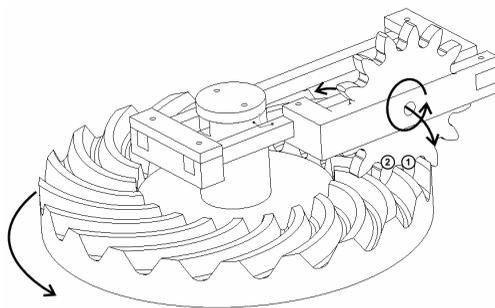


Рис.1. Макет плоской цилиндрической передачи, колеса которого приведены в контакт двумя зубьями

можно свободно смещаться вдоль линии зуба конического колеса.

Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) колес каждой конкретной такой передачи является достаточно трудной задачей из-за наличия точечного контакта, сложной формы генерируемых поверхностей и необходимости определения распределения контактных давлений при различных относительных положениях звеньев передачи. При проведении параметрического анализа она (задача) еще в большей степени усложняется, поскольку приходится иметь дело не с одним объектом, а с множеством реализаций проектируемого механизма. В работах [1, 3] для механизмов с кинематически генерируемыми поверхностями был предложен подход, объединяющий в одном цикле синтез геометрии, многоуровневые модели контактного взаимодействия и упругого поведения звеньев и параметрический анализ. В его рамках, в частности, предусматривается возможность выбора параметров конечноэлементной модели рассчитываемых вариантов механизма на основе результатов синтеза его геометрии, анализа средствами упрощенных моделей контакта и деформирования, а также ранее полученных и проверенных результатов конечноэлементного моделирования предварительных вариантов. В конечном итоге определяется возможность определения НДС и прочих характеристик проектируемого изделия с меньшими затратами времени и

вычислительных ресурсов для произвольного набора параметров, а также совершения анализа полученных для него результатов.

Для достижения указанной цели для каждого отдельного класса объектов необходимо разработать следующие средства:

- 1) синтеза неизвестной формы рабочих поверхностей;
- 2) анализа их геометрических свойств (вычисление кривизн, обнаружение локальной и глобальной интерференции и вырожденности);
- 3) твердотельного моделирования (построение геометрических моделей отдельных звеньев и всего механизма);
- 4) построение расчетных моделей, обладающих требуемой точностью и учитывающих особенности деформирования элементов проектируемого изделия;
- 5) анализа результатов и определения прочностных и жесткостных характеристик.

Решению первых двух задач для двухпараметрических передач посвящены работы [3, 4, 6], в которых описан специализированный пакет программ синтеза геометрии, аналитического вычисления кривизн рабочих поверхностей и автоматизированного создания их геометрических моделей. Построение твердотельных моделей колес цилиндрических передач и их проектирование рассмотрены в [8]. В данной работе решается задача конечноэлементного моделирования цилиндрической передачи, выработки количественных оценок параметров и алгоритмов автоматизированного построения КЭМ для данного класса механизмов.

Конечноэлементное моделирование. При проведении конечноэлементных многовариантных расчетов оправдал себя подход, при котором качественный характер деформирования элементов конструкции устанавливается на частном характерном примере, а количественные оценки параметров модели уточняются в ходе последующего численного эксперимента для других представителей рассматриваемого класса объектов. Здесь за исходный вариант была выбрана «плоская» цилиндрическая передача, поскольку ранее был построен ее опытный образец [8] (см. рис.1), и имеется возможность подтверждения численных результатов, получаемых с помощью создаваемой КЭМ, экспериментальными данными. Методика и алгоритм построения КЭМ этой передачи, обоснованные теоретически и экспериментально, могут быть далее распространены на целое семейство двухпараметрических передач. В результате они должны предусматривать:

- автоматизированное построение рабочих поверхностей по заданным параметрам и создание геометрических моделей колес;
- экспресс-анализ геометрических свойств поверхностей, их контактного взаимодействия и оценку параметров конечноэлементной модели;
- автоматизированную подготовку твердотельной модели для выполнения конечноэлементной разбивки, построения КЭМ и задание граничных условий;

- выполнение серии конечноэлементных вычислений, анализ их результатов и определение значений критериальных характеристик.

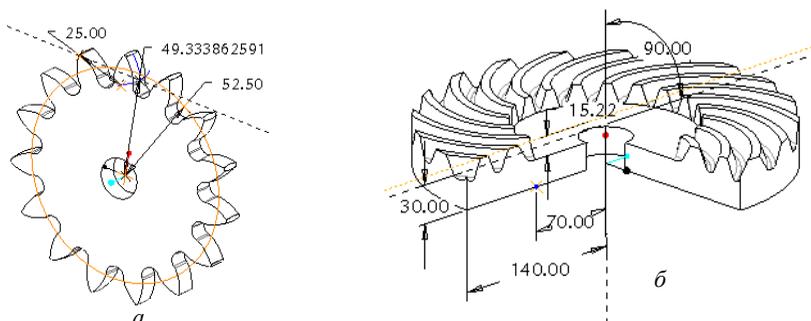


Рис. 2. Основные размеры цилиндрического (а) и конического (б) колес

На примере рассматриваемой здесь передачи (основные размеры ее колес указаны на рис. 2) была испытана методика конечноэлементного моделирования, параметрически связанного с решением задачи синтеза. При ее реализации ставилась цель учета следующих обстоятельств:

- контакт зубьев имеет точечный характер, что обуславливает локальную концентрацию напряжений и большие величины градиентов деформаций вблизи точки сопряжения;
- в зацепление одновременно может входить несколько зубьев, и распределение рабочих усилий между ними определяется деформациями всей конструкции;
- кривизны рабочих поверхностей зубьев в точке контакта и размеры контактных площадок изменяются в широких диапазонах в различных положениях звеньев передачи.

Малость размеров зон контакта и влияние упругого деформирования дисков и зубьев на действующие в нем усилия выдвигают строгие требования к точности КЭМ и используемой в ней модели контакта. Степень сгущения сетки в районе точек сопряжения зубьев, совершаемого с целью описания сложного НДС в районе контакта и распределения контактных давлений, должна быть согласованной с точностью остальной части модели.

При разработке схемы построения КЭМ проводился анализ контактного взаимодействия зубьев передачи в одном заранее выбранном положении колес, изображенной на рис. 1. Для определенности цилиндрическое колесо было расположено так, что радиальная ось, проходящая через середину одного из ее зубьев, приобрела вертикальное направление. При этом указанный зуб входит в своей средней части в контакт с лицевой рабочей стороной зуба конического колеса. Помимо него в зацеплении оказывается еще один зуб цилиндрического колеса: своим корнем он касается точки в верхней части

другого зуба конического колеса. Такое положение зубьев было реализовано в сгенерированной модели в системе Pro/ENGINEER путем задания двух параметров движения: угла поворота цилиндрического колеса и величины смещения вдоль линии зуба конического колеса.

С помощью этой геометрической модели была построена оценочная КЭМ в среде ANSYS Workbench (рис. 3). Был использован гексагональный элемент SOLID186, эффективный для тел с регулярной топологией. Максимальный размер элементов был задан равным 5 мм, в то время как в районе точек контакта зубьев была создана область со сгущением, размеры которой вместе с размерами элементов в этой зоне выбирались исходя из предварительной оценки величин длин полуосей пятна контакта согласно теории Герца.

Для случая, когда зубчатой парой передается крутящий момент $M = 50$ Н·м, и оба колеса выполнены из одинакового материала с модулем упругости $E = 200$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$ с учетом величин кривизн рабочих поверхностей зубьев в точках зацепления при рассматриваемом положении колес эти оценочные значения составляют:

$$a_1^* = 0.51 \text{ мм}; b_1^* = 0.41 \text{ мм};$$

$$a_2^* = 0.69 \text{ мм}; b_2^* = 0.21 \text{ мм}$$

при условии, что усилия между зубьями распределены равномерно. Индекс в приведенных выше соотношениях отображает первую и вторую точки контакта.

Был произведен расчет с граничными условиями, изображенными на рис. 4. Для конического колеса на втулке было задано условие жесткой посадки на неподвижный вал, в то время как цилиндрическому колесу была оставлена свобода совершения вращательного движения. Указанный выше момент был приложен к поверхности ступицы цилиндрического колеса.

Полученные результаты дают возможность сформировать систему требований к конечноэлементным моделям с учетом качественных и количественных

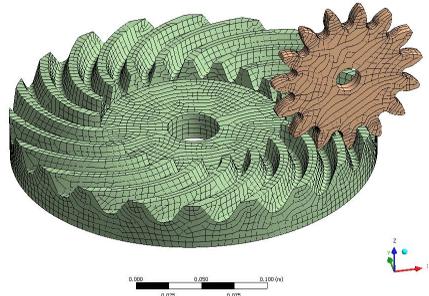


Рис. 3. Конечноэлементная сетка колес цилиндрикоконической передачи

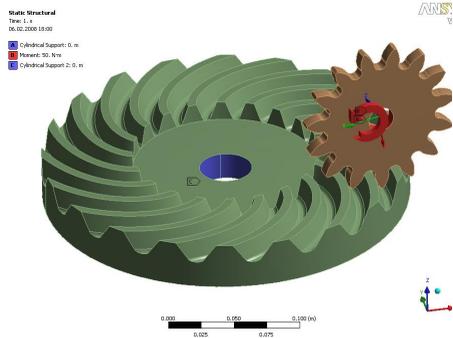


Рис. 4. Закрепление и нагрузка, определенные для колес в КЭМ

венных характеристик картины деформирования зубчатых колес. Следует выделить основной фактор, определяющий точность результатов и оптимальность вычислительных ресурсов, затрачиваемых на проведение единичного анализа. Это – степень детализации КЭМ вблизи точек контакта и параметры применяемой модели контакта. Размеры элементов в окрестностях точек контакта и размеры зоны сгущения сетки влияют не только на точность описания локального распределения напряжений и деформаций, но и на распределение усилий в целом по звеньям механизма. Для обеспечения точности представления контактных давлений в пределах 10% необходимо (рис. 5), чтобы на ширину пятна контакта приходилось не менее четырех элементов (при использовании контактных элементов CONTA174 и TARGE170). Одновременно с этим в подповерхностном слое возникают значительные градиенты напряжений и деформаций (рис. 6), что вызывает необходимость создания зоны сгущения на глубину не меньшую размеров контактного пятна, в которой размеры элементов не будут превышать 1/10 размеров контактной площадки. Влияние локальных особенностей распределения напряжений и деформаций в случае точечного контакта ограничивается зоной радиуса $5 \div 10$ длин полуосей пятна контакта. За ее пределами можно обоснованно применять элементы тех же размеров, что и во всей конструкции.

Необходимость создания зоны со сгущением вызвана также тем, что для описания распределения усилий в обеих точках контакта, суммарно компенсирующих приложенный момент, необходима точность в вычислении перемещений контактирующих точек. Она же зависит и от упругих деформаций дисков и зубьев, и от локальных деформаций, развивающихся в подповерх-

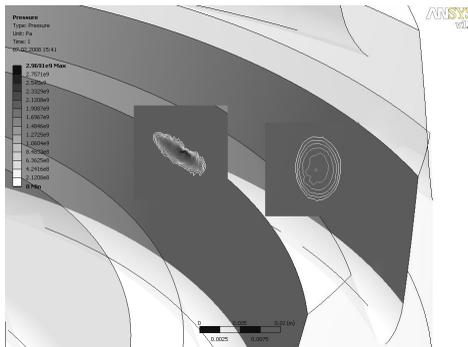


Рис.5. Контактные пятна и распределения контактных давлений

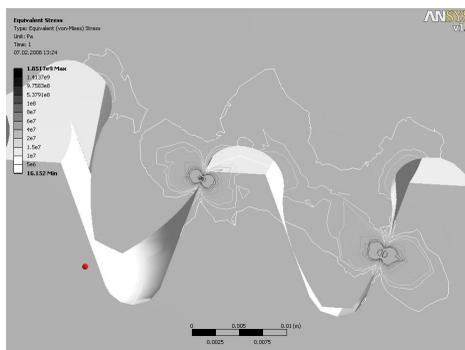


Рис.6. Локальная концентрация напряжений в зоне контакта в центральной плоскости цилиндрического колеса

ностном слое в зонах контакта. При использовании метода штрафа или модифицированного метода множителей Лагранжа для моделирования контакта играет значение величина допустимого проникновения. Существенное различие ее значений для имеющихся в модели контактных пар также может привести к ошибке в определении усилий, действующих в сопряжениях зубьев обоих колес.

Ниже для примера приведены значения перемещений точек первоначального контакта зубьев цилиндрического колеса с коническим в направлении общего вектора нормали в каждой из них, перемещения в том же направлении точек на центральных осях зубьев цилиндрического колеса, входящих в зацепление, а также максимальное проникновение в контакте, допущенное при численном решении (табл. 1). Там же приведены величины сближения тел за счет контактных деформаций согласно теории Герца, значения которых получены для прижимающих усилий в каждой из контактных пар, определенных из конечноэлементного расчета.

Таблица 1

Контактная пара	Перемещение точек контакта, мм	Перемещение точки на центральной оси, мм	Максимальное проникновение в контакте, мм	Сближения тел согласно теории Герца, мм
1	1.16E-05	1.49E-05	3.86E-07	8.48E-06
2	1.09E-05	1.47E-05	1.18E-06	8.70E-06

При этом можно также вычислить значение максимальных контактных давлений, предсказываемых теорией Герца, и сравнить их с результатами конечноэлементного моделирования (табл. 2).

Таблица 2

Контактная пара	Контактное усилие в сопряжении зубьев, Н	Максимальные контактные давления из КЭМ, ГПа	Максимальные контактные давления согласно теории Герца, ГПа
1	599.72	1.29	1.24
2	413.45	2.97	2.65

Следует отметить, что такие результаты были получены лишь вследствие детализации использованной конечноэлементной модели. Результаты, полученные на более грубой сетке, давали значительное отклонение по распределению усилий между контактирующими зубьями. Это говорит о том, что нельзя пренебрегать локальным упругим поведением в зоне контакта при построении КЭМ механизмов, звенья которых сопрягаются точно на рабочих поверхностях.

Заключение. На примере цилиндрикоконической передачи прослеживаются основные особенности конечноэлементного моделирования тел с кине-

матически генерируемыми поверхностями. В частности, в работе было показано, что локальный характер контактного взаимодействия в точках сопряжения таких тел должен учитываться при построении конечноэлементных моделей и выборе параметров модели контактного взаимодействия. Помимо этого, из приведенного случая, когда звенья механизма взаимодействуют одновременно в нескольких точках, видно, что точность описания местных деформаций в зонах контакта влияет на точность определения не только локальных напряжений, но и на напряженно-деформированное состояние всего тела.

Для учета этих факторов при разработке алгоритмов автоматизированного создания КЭМ в рамках создания специализированных САПР и расчетных модулей оправданным является использование многоуровневых моделей, позволяющих проводить предварительную качественную и количественную оценку напряженно-деформированного состояния и обоснование выбора параметров конечноэлементной модели для последующего численного анализа.

Список литературы: 1. *Васильев А., Ткачук М., Головченко В.* Напряжено-деформованный стан просторовых конструкций: методы автоматизованого аналізу // *Машинознавство*. – 2006. – №1(103). – С.23-28. 2. *ПелешкоЕ.В., Ткачук Н.Н., Гриценко Г.Д.,Ткачук Н.А.* Специализированный интегрированный программно-модельный комплекс на основе обобщенного параметрического описания сложных механических систем// *Вестник НТУ “ХПИ”*. Тематический выпуск: *Машиноведение и САПР*. –Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2007. – Вып. 3. – С.101-117. 3. *Ткачук Н.Н.* Анализ и синтез сложнопровильных деталей по кинематическим и прочностным критериям // *Вестник НТУ “ХПИ”*. Тематический выпуск: *Транспортное машиностроение*. –Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006. – Вып. 26. – С.196-203. 4. *Ткачук Н.Н., Ткачук Н.А.* Программный комплекс синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния звеньев двухпараметрических передач// *Вестник НТУ “ХПИ”*. Тематический выпуск: *Проблемы механического привода*. –Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2007. – Вып. 21. – С.68-76. 5. *Ковалюх В.Р.* Двухпараметрические колеса с равновысокоширокими зубьями и впадинами // *Машиноведение*. – 1982. – №1 – С. 43-45. 6. *Ткачук Н.Н.* Особенности реализации кинематического метода расчета двухпараметрических передач // *Вестник НТУ “ХПИ”*. Тематический выпуск: *Машиноведение и САПР*. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006. – Вып. 3. – С.133-151. 7. *Литвин Ф. Л.* Теория зубчатых зацеплений. – Л.: 1968. – 584 с. 8. *Ткачук М.М.* Віртуальне прототипування механізмів з кінематично генерованими поверхнями// *Машинознавство*. – 2007. – №6(109). – С.26-32.

Поступила в редколлегию 15.01.08