

УДК 563.2:539.3

В.Б. ВЕСЕЛОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук; доц. ДНУ им. О. Гончара,
г. Днепропетровск

Ю.А. МАЛАЯ, ассистент Национальной металлургической академии Украины,
г. Днепропетровск

А.И. ГУБИН, канд. техн. наук; доц. ДНУ, г. Днепропетровск

В.И. ЛЯШЕНКО, науч. сотр. Института транспортных систем и технологий
НАН Украины, г. Днепропетровск

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ УПРОЧНЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Розроблено математичну модель теплових процесів при поверхневому зміцненні багатошарових елементів конструкцій на основі узагальненого закону теплопровідності. Запропонована модель враховує скінчену швидкість розповсюдження тепла та неідеальність теплового контакту на стиках шарів. Крайову задачу розв'язано операційним методом. Виконано дослідження отриманого розв'язку та розрахунки температурних полів.

The mathematical model of thermal processes at surface strengthening of multilayer constructions elements has been developed on the basis of the generalized heat conduction law. The proposed model takes into account the finite speed of heat propagation and nonideal thermal contact at the junctions of layers. The boundary problem is solved by an operational method. The study of the obtained solution and calculations of temperature fields have been performed.

Развитие современных отраслей промышленности ставит проблему повышения надежности и долговечности выпускаемых изделий. Переход к новым технологическим процессам, позволяющим повысить производительность труда, поднять эффективность использования ресурсов, снизить материалоемкость и энергоемкость производства, является важнейшей задачей машиностроения. Вместе с проблемой повышения качества металлических сплавов, изучением закономерностей трения и изнашивания не теряют своей актуальности вопросы, связанные с разработкой и совершенствованием технологий поверхностного упрочнения. Эффективным технологическим способом упрочнения поверхности деталей является кратковременное высокоэнергетическое воздействие на поверхность посредством излучения лазера, электронного пучка, плазмы и т.п., что позволяет существенно изменять структуру, повышая эксплуатационные характеристики изделий. Основными особенностями таких способов воздействий являются высокоскоростной нагрев и большие скорости охлаждения, которые могут переводить сплав в метастабильное состояние [1–3].

Обеспечение научно-технического прогресса в машиностроении связано, прежде всего, с созданием новых конструкционных материалов и совершенствованием технологий их упрочнения. В последнее время в большой степени уделяется внимание развитию технологий поверхностного упрочнения, а не объемного. Это связано с новым подходом в оценке роли материала в обеспечении конструкционной прочности изделий, согласно которому ведущая роль принадлежит поверхности, а не объему, как это было принято ранее. Именно состояние поверхности во многом определяет уровень прочности и эксплуатационные свойства деталей машин. Развитие поверхностного упрочнения предполагает разработку технологических процессов нового уровня, позволяющих модифицировать поверхностный слой, радикально менять его структуру

и свойства. Для модифицирования поверхности металлов предпочтение отдается методам упрочняющей обработки, использующих в качестве теплового источника концентрированные потоки энергии (КПЭ): ионные, лазерные, ультразвуковые, высокочастотные, индукционные и другие.

Поверхностное упрочнение металлических деталей – перспективный технологический процесс, открывающий целый ряд новых возможностей для повышения эксплуатационных характеристик деталей машин и инструмента [2].

Среди довольно большого разнообразия методов поверхностного упрочнения значительная роль принадлежит лазерному упрочнению. Несмотря на значительные успехи, достигнутые в разработке теоретических основ процессов взаимодействия мощного электромагнитного излучения с материалами и на большие практические достижения в промышленных технологиях, лазерная обработка не является еще законченным разделом теории и практики обработки материалов концентрированными потоками энергии.

Поверхностное упрочнение деталей лучом лазера характеризуется рядом преимуществ, а именно: упрочнением локальных объемов деталей в местах их износа с сохранением исходных свойств материала в остальном объеме; упрочнением поверхностей труднодоступных мест; отсутствием механического воздействия на обрабатываемый материал и так далее [1, 2].

Основной физической характеристикой процесса нагрева является температурное поле на поверхности и в объеме материала, которое определяется экспериментальными и аналитическими методами. Если температурное поле известно в зависимости от пространственных координат и в любой момент времени, то можно найти такие важные параметры процесса, как мгновенные значения скоростей нагрева и охлаждения, температурные градиенты по разным направлениям. Знание температурного поля позволяет правильно выбрать требуемый режим работы установок (энергию, плотность мощности, продолжительность воздействия и т.д.).

Рассмотрим физические процессы, которые протекают на начальной стадии воздействия концентрированных потоков энергии на металлы. Оптические свойства металлов описываются классической моделью свободных электронов, в соответствии с которой световой поток, за вычетом отраженной части, полностью поглощается при взаимодействии с электронами проводимости в поверхностном слое толщиной $\delta \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ см. Поглощение света приводит к повышению энергии электронов. Часть поглощенной энергии электроны передают решетке, однако эффективность передачи невелика вследствие большой разницы масс электронов и ионов. Поэтому электронный газ значительно перегревается по сравнению с решеткой. Электронный газ и решетка в металле представляют собой две слабо взаимодействующие подсистемы. В этом случае электронный газ и решетку можно характеризовать в отдельности электронной T_e и решеточной T_i температурами [4].

Для моментов времени $t < \tau_{ei}$ ($\tau_{ei} \sim 10^{-11}$ с) в металле разогревается только электронный газ, температура же решетки мало изменяется. Это обусловлено тем, что время релаксации электронного газа существенно меньше времени релаксации температуры решетки.

Величина $\Delta T = T_e - T_i$ зависит от соотношения частот столкновения электронов с фононами (ν_{ef}) и частот электронно-ионных столкновений (ν_{ei}). Разность ΔT тем меньше, чем больше величина ν_{ei} по сравнению с ν_{ef} , и когда $\nu_{ef} \ll \nu_{ei}$, то $T_e \approx T_i$. Однако повышение температуры электронного газа происходит до тех пор, пока количество энергии, передаваемой решетке, не сравнится с количеством энергии, получаемой от

внешнего источника. Интенсивная передача энергии электронного газа решетке наступает при $t > \tau_{ei}$, когда разность $T_e - T_i$ максимальна. В дальнейшем разность $T_e - T_i$ уменьшается, стремясь к некоторому пределу, который равен общей температуре металла. Для металлов при постоянной плотности мощности излучения понятие общей температуры металла T можно ввести, начиная со времени $t \gg 100\tau_{ei} \sim 10^{-9}$ с [1, 4].

Поглощенная энергия передается от зоны воздействия концентрированных потоков энергии внутрь вещества с помощью различных механизмов теплопроводности – электронной, фононной и лучистой. В интервале температур от сотен до нескольких тысяч градусов перенос энергии в металлах осуществляется с помощью электронной проводимости. Фононная теплопроводность, играющая существенную роль при низких температурах, в указанном интервале температур мала по сравнению с электронной. Лучистая теплопроводность играет существенную роль в процессах переноса энергии при температурах выше $\sim 10^4$ К.

При импульсном нагреве наиболее важным параметром, который определяет режимы взаимодействия лазерного излучения с веществом, является плотность потока лазерного излучения, поглощаемого при взаимодействии. При воздействии лазерного излучения на металл оптическая длина поглощения α^{-1} мала по сравнению с длиной тепловой диффузии, то есть $\alpha(2a\tau)^{1/2} \gg 1$, где a – коэффициент температуропроводности; τ – длительность лазерного импульса. В этом случае энергия, поглощенная в течении действия лазерного излучения и идущая на нагрев слоя толщиной $(2a\tau)^{1/2}$, равна $(1-r)q_0\tau$, где q_0 – плотность потока падающего лазерного излучения; r – коэффициент отражения. Изменение температуры данного слоя можно оценить из выражения [4]

$$\Delta T \approx \frac{(1-r)q_0\tau}{c_v\rho(2a\tau)^{1/2}},$$

где c_v – теплоемкость вещества; ρ – плотность.

Скорости нагрева вещества за счет поглощения лазерного излучения и его охлаждения за счет отвода теплоты вглубь материала – $\Delta T/\tau$ можно считать примерно равными. Для $q_0 = 10^8$ Вт/см², $\tau = 10$ нс их значения для большинства металлических материалов $10^{10} - 10^{11}$ К/с.

Задачи о нагреве материалов при воздействии КПЭ с продолжительностями импульса воздействия, существенно превышающими 10^{-9} с, при плотностях потока, не превышающих $10^8 - 10^9$ Вт/см², для большинства практических случаев могут быть рассмотрены в приближении обычной теплопроводности (линейной или нелинейной). Границей этого приближения по времени следует считать продолжительность импульса $\tau_i \sim 10^{-9}$ с.

Тепловой источник, эквивалентный действию луча лазера, может быть поверхностным или объемным, сосредоточенным или распределенным в зависимости от поставленной задачи, выбираемой расчетной схемы и физических характеристик материала.

Для технологических процессов с использованием КПЭ, в том числе термообработки, значительный интерес представляет рассмотрение ряда характеристик стадии нагрева, таких, как распределение температуры в материале в области обработки, скорости нагрева и охлаждения, глубины прогретого слоя и другое. Такие характеристики можно получить из решения задач теплопроводности. Таким образом,

математическое моделирование тепловых процессов при поверхностном упрочнении элементов конструкций является актуальной задачей.

Уравнение теплопроводности Фурье дает бесконечную скорость распространения теплового возмущения. Для устранения ограниченности приближения, задаваемого этим уравнением при кратковременных тепловых воздействиях, постулирована релаксационная модель теплового потока [5–7]

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad } T - \tau_r \frac{\partial \vec{q}}{\partial t}, \quad (1)$$

где \vec{q} – вектор теплового потока; τ_r – время релаксации теплового потока, которое связано с конечной скоростью распространения тепла соотношением $w = \sqrt{\frac{a}{\tau_r}}$.

Выражение (1) приводит к релаксационной форме уравнения теплопроводности

$$\tau_r \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 T + \frac{W}{c\rho} + \frac{\tau_r}{c\rho} \frac{\partial W}{\partial t}. \quad (2)$$

Выяснение основных закономерностей нагрева проще всего проводить на одномерных моделях. Одномерные модели нагрева материалов КПЭ справедливы, если выполняется условие [4]

$$r_f \gg \sqrt{at_k},$$

где a – коэффициент температуропроводности; r_f – радиус пятна нагрева; t_k – продолжительность рассматриваемого процесса.

Математическая модель процессов теплопроводности в многослойных телах включает в себя: дифференциальные уравнения теплопроводности гиперболического типа для каждого из слоев

$$\tau_{r,v} \frac{\partial^2 T_v(x_v, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial T_v(x_v, t)}{\partial t} = a_v \frac{\partial^2 T_v(x_v, t)}{\partial x_v^2} + \frac{W_v(x_v, t)}{c_v \rho_v} + \frac{\tau_{r,v}}{c_v \rho_v} \frac{\partial W_v(x_v, t)}{\partial t}, \quad (3)$$

$$t > 0, \quad 0 \leq x_v \leq R_v, \quad v = 1, 2, \dots, m;$$

– начальные условия:

$$T_v(x_v, 0) = \varphi_{1,v}(x), \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T_v(x_v, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \varphi_{2,v}(x); \quad (5)$$

– внешние граничные условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} -k_{11}\lambda_1 \frac{\partial T_1(x_1, t)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} = [f_1(t) - k_{21}T_1(x_1, t)]_{x_1=0} + \tau_{r,1}k_{31} \frac{\partial}{\partial t} [f_0(t) - k_{21}T_1(x_1, t)]_{x_1=0}, \\ -k_{12}\lambda_m \frac{\partial T_m(x_m, t)}{\partial x_m} \Big|_{x_m=R_m} = [f_2(t) - k_{22}T_m(x_m, t)]_{x_m=R_m} + \tau_{r,m}k_{32} \frac{\partial}{\partial t} [f_1(t) - k_{22}T_m(x_m, t)]_{x_m=R_m}, \end{array} \right. \quad (6)$$

где $T_v(x_v, t)$ – поле температур; $W_v(x_v, t)$ – мощность внутренних источников тепла; $\varphi_{1,v}(x)$ – начальное распределение температуры; $\varphi_{2,v}(x)$ – начальное распределение скорости изменения температуры; λ_v – коэффициент теплопроводности v -го слоя; c_v – теплоемкость; ρ_v – плотность вещества; $\tau_{r,v}$ – время релаксации теплового потока; t – текущее время; x – пространственная координата; a_v – коэффициент температуропроводности; v – номер слоя; $i = 1, 2$; $f_1(t)$, $f_2(t)$ – граничные функции, которые в зависимости от типа граничных условий являются температурами внешних поверхностей (граничные условия первого рода), произведениями температур окружающих сред на коэффициенты теплоотдачи (граничные условия третьего рода), тепловыми потоками на внешних границах (граничные условия второго рода).

Параметры k_{1j} , k_{3j} принимают значения 0 или 1, параметр k_{2j} 0, 1 или α_i , где α_i – коэффициенты теплоотдачи. При $k_{1j} = 0$, $k_{2j} = 1$, $k_{3j} = 0$ получаем граничные условия первого рода; при $k_{1j} = 1$, $k_{2j} = 1$, $k_{3j} = 0$ – граничные условия второго рода; при $k_{1j} = 1$, $k_{2j} = \alpha_i$, $k_{3j} = 1$ – граничные условия третьего рода.

Внутренние граничные условия имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} -R_{v,v+1}\lambda_v \frac{\partial T_v(x_v, t)}{\partial x_v} \Big|_{x_v=R_v} = [T_{v+1}(0, t) - T_v(R_v, t)] + l_{v,v+1} \tau_{r,v} \frac{\partial}{\partial t} [T_{v+1}(0, t) - T_v(R_v, t)], \\ \lambda_v \frac{\partial T_v(x_v, t)}{\partial x_v} \Big|_{x_v=R_v} - \lambda_{v+1,v} \frac{\partial T_{v+1}(x_{v+1}, t)}{\partial x_{v+1}} \Big|_{x_{v+1}=0} = 0, \\ -\tau_{r,v}\lambda_{v+1} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_{v+1}(x_{v+1}, t)}{\partial x_{v+1}} \right) \Big|_{x_{v+1}=0} + \tau_{r,v+1}\lambda_v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_v(x_v, t)}{\partial x_v} \right) \Big|_{x_v=R_v} = 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

где $R_{v,v+1}$ – термическое сопротивление на контакте слоев v и $v + 1$; l_1 – параметры, принимающие значения 0 или 1. При $l_{v,v+1} = 0$, $R_{v,v+1} = 0$ получаем условия идеального теплового контакта; при $l_{v,v+1} = 1$, $R_{v,v+1} \neq 0$ – неидеальный тепловой контакт.

Решение задачи (3)–(7), получено операционным методом, который основан на преобразовании Лапласа, имеет следующий вид [2]

$$\Theta_v(X_v, Fo) = \sum_{r=1}^{2m} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}^v(X_v, Fo_{r,v}), \varphi_n] g_r^{(n)}(Fo, Fo_{r,v}) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_r(P_k)}{\Psi(\varphi_n, P_k)} Q[\mu_{n,r}^v(X_v, Fo_{r,v}), P_k] \exp(-\gamma^2 \cdot Fo) \right\} + z_v^*(X_v, Fo, Fo_{r,v}), \quad (8)$$

Решение (8) представлено в безразмерных переменных. Непосредственно проверяется, что единственным ограниченным решением задачи (3)–(7) является функция (8), где $g_r(Fo, Fo_r)$ – компоненты теплового воздействия на граничных поверхностях [3, 8].

С использованием свойств фундаментальных функций, которые входят в решение, непосредственно проверяется, что функции $\Theta_v(X_v, Fo)$, определенные формулами (8) удовлетворяют уравнению (3), начальным условиям (4)–(5) и краевым условиям (6)–(7).

Функция (8) описывает структуру нестационарного температурного поля в пластине. Структурный метод позволил выделить параболическую и гиперболическую части решения. При $Fo_r \rightarrow 0$ решение совпадает с решением аналогичной задачи на основе параболического уравнения теплопроводности.

Частное решение неоднородного уравнения можно представить в виде суммы параболической и гиперболической частей [3]

$$z_v^*(X_v, Fo, Fo_{r,v}) = z_v^{*,\text{пар}}(X_v, Fo) + z_v^{*,\text{гип}}(X_v, Fo, Fo_{r,v}). \quad (9)$$

На основе решения (8) были проведены расчеты полей температуры для двухслойной неограниченной пластины (рис. 1–3). В качестве материалов двухслойной пластины были взяты титан и сталь 15. Теплофизические свойства титана: $\rho = 4500 \text{ кг/м}^3$; $c_p = 586 \text{ Дж/(кг·град)}$; $\lambda = 17 \text{ Вт/(м·град)}$; $\tau_r = 10^{-11} \text{ с}$; $h = 0,1 \text{ мкм}$.

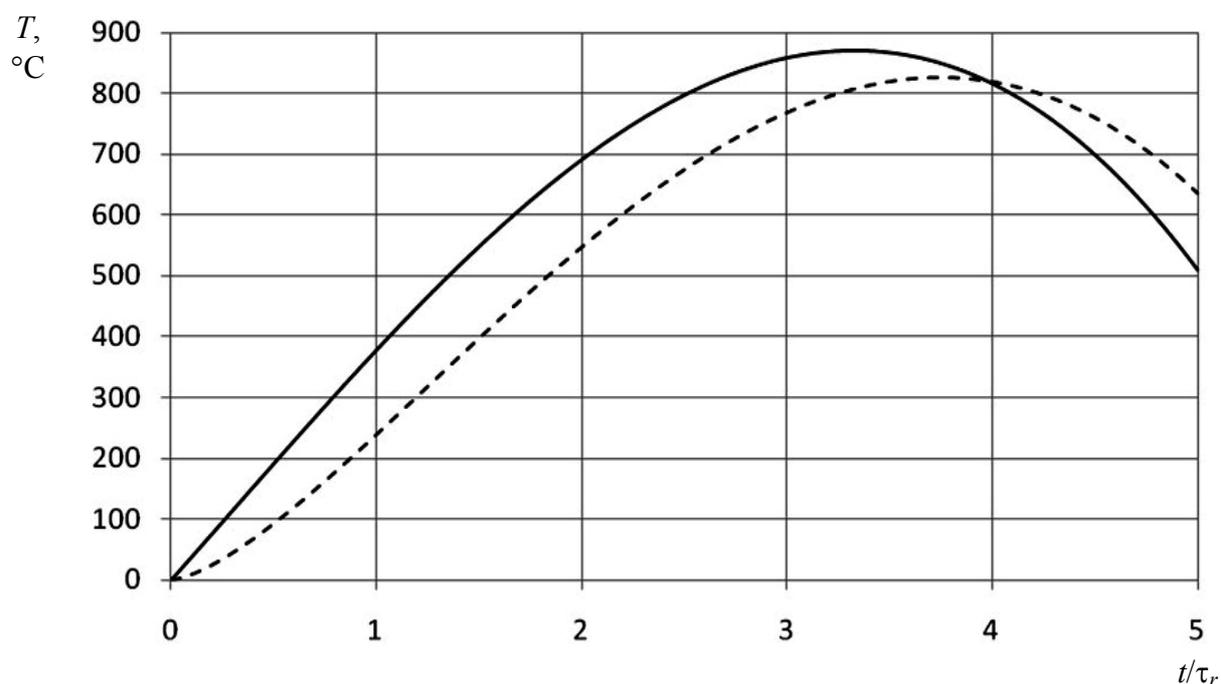


Рис. 1. Изменение температуры во времени при $x = 0 \text{ мкм}$

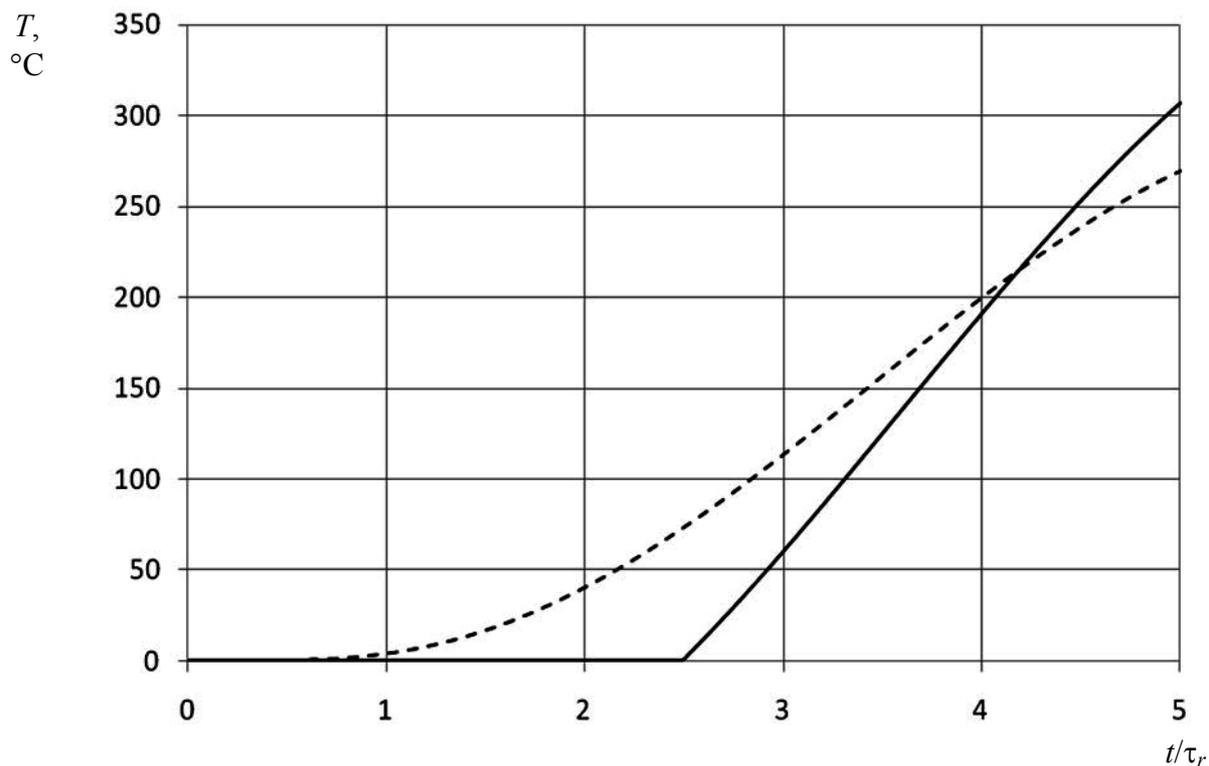


Рис. 2. Изменение температуры во времени при $x = 0,02$ мкм

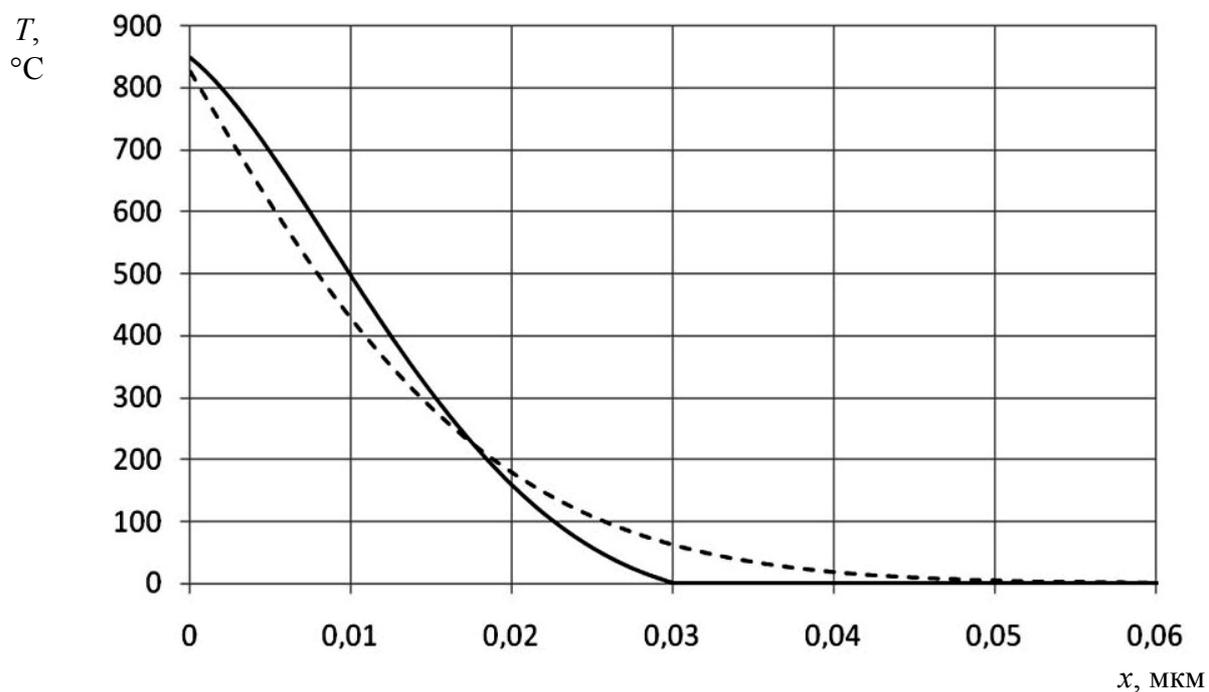


Рис. 3. Распределение температуры при $t/\tau_r = 3,75$

Теплофизические свойства стали 15:

$\rho = 7860 \text{ кг/м}^3$; $c_p = 565 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$; $\lambda = 55 \text{ Вт/(м}\cdot\text{град)}$; $\tau_r = 10^{-11} \text{ с}$; $h = 0,1 \text{ мкм}$.

$$\varphi_{1,1}(x) = 0; \quad \varphi_{1,2}(x) = 0;$$

$$\varphi_{2,1}(x) = 0; \quad \varphi_{2,2}(x) = 0;$$

$$W_1(x_1, t) = W_2(x_2, t) = 0;$$

$$k_{1j} = 1; \quad k_{2j} = 0; \quad k_{3j} = 1;$$

$$f_2(t) = 0; \quad f_1(t) = \frac{q_{\max}}{\tau}(t - \tau)t.$$

где q_{\max} – максимальное значение плотности теплового потока, $q_{\max} = 10^{13}$ Вт/м²; τ – длительность импульса, $\tau = 5 \cdot 10^{-11}$ с.

На рис. 1–3 сплошные линии соответствуют решению задачи (3)–(7), а штриховые линии – решению аналогичной задачи, основанной на параболическом уравнении теплопроводности.

Разработанная математическая модель на основе системы уравнений теплопроводности гиперболического типа, и полученное при помощи операционного метода структурное решение, могут быть использованы для исследования тепловых процессов при поверхностном упрочнении элементов конструкций, а также выбора рациональных режимов работы установок применимых при обработке материалов концентрированными потоками энергии.

Список литературы: 1. Черненко В.С. Променеві методи обробки: Навчальний посібник / В.С. Черненко, М.В. Кіндрачук, О.І. Дудка. – К.: Кондор, 2008. – 166 с. 2. Мала Ю.А. Математичне моделювання теплових процесів поверхневого зміцнення двошарових елементів конструкцій / Ю.А. Мала // Системні технології. – Т. 2(67). – Дніпропетровськ, 2010. – С. 60-66. 3. Мала Ю.А. Поверхневе зміцнення металів висококонцентрованими потоками енергії / Ю.А. Мала // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Вип. 3(25), Т. 2. – ПолтНТУ, 2009. – С. 131-136. 4. Рыкалин Н.Н. Лазерная обработка материалов / Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, А.Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1975. – 296 с. 5. Кудинов В.А. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов, В.В. Калашников. – М.: Высш. шк., 2005. – 430 с. 6. Kundian Illayathambi. An efficient numerical procedure for solving a microscale heat transport equation during femtosecond laser heating of nanoscale metal films / Illayathambi Kundian, J.M. McDonough, Rawi Rajan Kumar // Proceedings of IPACK 2005. – San Francisco, California, USA. – 2005, 17–22 July. – P. 1-9. 7. Chen T.M. Numerical solution of hyperbolic heat conduction problems in the cylindrical coordinate system by the hybrid Green's function method / T.M. Chen // International journal of heat and mass transfer. – 2010. – Vol 53; № 7-8. – P. 1319-1325 (26). 8. Веселовський В.Б. Математичне моделювання теплопровідності для складених тіл з урахуванням узагальненого закону Фур'є / В.Б. Веселовський, Ю.А. Мала, А.В. Сяєв // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон, 2009. – С. 141-146.

© Веселовский В.Б., Малая Ю.А., Губин А.И., Ляшенко В.И., 2011
Поступила в редколлегию 03.03.11