УДК 536.24

В. М. КАПИНОС, д-р. техн. наук, В. Н. ПУСТОВАЛОВ, канд. техн. наук,
С. П. НАУМЕНКО, М. В. МЕЗЕРНАЯ, Т. И. МИХАЙЛЕНКО

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛООТДАЧИ ПО ЕГО СРЕДНЕМУ ЗНАЧЕНИЮ

Розроблена методика визначення локальних коефіцієнтів тепловіддачі на основі емпіричних залежностей для їх середніх значень.

В инженерной практике решения задач теплопроводности широко используются граничные условия третьего рода, формулируемые по средним или местным значениям коэффициентов теплоотдачи. Эти коэффициенты в большинстве случаев определяются экспериментально, при этом предпочтительно отыскиваются средние значения коэффициентов теплоотдачи по суммарному тепловому потоку, который в опытах измерить проще.

Покажем, как по измеренному среднему коэффициенту теплоотдачи найти его местное значение.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи при обтекании плоской пластины по определению равно

$$\alpha = \frac{\int_0^x \alpha_м \theta dx}{\int_0^x \theta dx}, \tag{1}$$

где θ – разность температур между стенкой и потоком.

Перепишем это выражение в виде

$$\alpha \int_0^x \theta dx = \int_0^x \alpha_м \theta dx \tag{2}$$

и продифференцируем по x. Тогда

$$\frac{d\alpha}{dx} \int_0^x \theta dx + \alpha\theta = \alpha_м \theta. \tag{3}$$

Откуда следует, что

$$\alpha_м = \alpha + \frac{1}{\theta} \frac{d\alpha}{dx} \int_0^x \theta dx. \tag{4}$$

В случае $\theta = \text{const}$ имеем

$$\alpha_{м} = \alpha + x\frac{d\alpha}{dx}. \tag{5}$$

Воспользуемся полученными зависимостями для определения местных коэффициентов теплоотдачи при обтекании плоской пластины.

Согласно известным опытным данным при $\theta = \text{const}$ и турбулентном пограничном слое число Нуссельта для среднего коэффициента теплоотдачи равно [1]

$$\text{Nu} = 0{,}037\,\text{Re}^{0,8}\,\text{Pr}^{0,43}, \tag{6}$$

где числа Nu и Re определяются по длине пластины

$$\text{Nu} = \frac{\alpha\ell}{\lambda}, \qquad \text{Re} = \frac{w\ell}{\nu}.$$

Из (6) следует, что средний коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 0{,}037\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,8}\text{Pr}^{0,43}\,\frac{1}{\ell^{0,2}} = \frac{c}{\ell^{0,2}}. \tag{7}$$

Примем ℓ в качестве переменной x. Тогда согласно (5)

$$\alpha_{м} = \alpha + x\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{x^{0,2}}\right). \tag{8}$$

После преобразования находим

$$\text{Nu}_{м} = \frac{\alpha_{м}x}{\lambda} = 0{,}0296\,\text{Re}^{0,8}\,\text{Pr}^{0,43}. \tag{9}$$

Такое же значение приведено в [1] на основании целого ряда опытных данных.

В более общем случае обтекания пластины с неравномерным распределением температуры, описываемым степенным законом $\theta = kx^{n}$, для определения местного коэффициента теплоотдачи используем уравнение (4). Тогда будем иметь

$$\alpha_{м} = 0{,}037\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,8}\text{Pr}^{0,43}\,x^{-0,2} + \frac{1}{kx^{n}}\,0{,}037\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,8}\text{Pr}^{0,43}\,\frac{(-0{,}2)kx^{n+1}}{kx^{1,2}(n+1)} =$$

$$= 0{,}037\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,8}\text{Pr}^{0,43}\,x^{-0,2}\left(1 - \frac{0{,}2}{n+1}\right) \tag{10}$$

или в безразмерном виде

$$Nu_м = 0{,}087\,Re^{0,8}\,Pr^{0,43}\left(1 - \frac{0{,}2}{n+1}\right). \qquad (11)$$

В предельном случае, когда $n = 0$, из (11) следует зависимость (9).

При ламинарном течении в пограничном слое среднее значение коэффициента теплоотдачи определяется по формуле [1]

$$Nu = 0{,}66\,Re^{0,5}\,Pr^{0,33}. \qquad (12)$$

Примем, как и при турбулентном течении, степенное распределение температуры в направлении течения $\theta = kx^n$.

Местное значение коэффициента теплоотдачи определяем по формуле (4)

$$\alpha_м = 0{,}66\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,5} Pr^{0,33}\,x^{-0,5} + \frac{1}{kx^n}\,0{,}66\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,5} Pr^{0,33}\,\frac{(-0{,}5)kx^{n+1}}{x^{1,5}(n+1)}, \qquad (13)$$

$$\alpha_м = 0{,}66\lambda\left(\frac{w}{\nu}\right)^{0,5} Pr^{0,33}\,x^{-0,5}\left(1 - \frac{0{,}5}{n+1}\right). \qquad (14)$$

При $n = 0$ ($\theta = const$) получаем известную зависимость

$$Nu_м = 0{,}33\,Re^{0,5}\,Pr^{0,33}. \qquad (15)$$

Результаты определение местных коэффициентов теплоотдачи при градиентном распределении температуры по степенному закону $\theta = kx^n$ приведены в таблице 1. Сравнение экспериментально-расчетных значений местных коэффициентов теплоотдачи из [1] с расчетными значениями по уравнению (14) оказалось вполне приемлемым.

Таблица 1 – Распределение местных коэффициентов теплоотдачи вдоль пластины

Значения показателей степени n в формуле $\theta = kx^n$	-0,25	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1,0	2,0
Значения $\frac{Nu_м(n \neq 0)}{Nu_м(n = 0)}$ по опытным данным и расчетам [1]	0,655	1,0	1,09	1,17	1,25	1,3	1,36	1,52	1,6	1,98
Значения $\frac{Nu_м(n \neq 0)}{Nu_м(n = 0)}$ по уравнению (14)	0,666	1,0	1,09	1,167	1,23	1,29	1,33	1,44	1,5	1,67

Представляет интерес определение местного коэффициента теплоотдачи охлаждаемого турбинного диска с неравномерным распределением температуры по радиусу.

Для осесимметричного температурного поля на диске среднее значение коэффициента теплоотдачи по определению задается формулой

$$\alpha = \frac{\int_0^r \alpha_м \theta r dr}{\int_0^r \theta r dr}. \tag{16}$$

Для местного коэффициента теплоотдачи дифференцированием формулы (16) получаем уравнение

$$\alpha_м = \alpha + \frac{1}{\theta r}\frac{d\alpha}{dr}\int_0^r \theta r dr. \tag{17}$$

По опытным данным Коба и Саундерса [2] средний коэффициент теплоотдачи вращающегося диска при $\theta = \mathrm{const}$ равен

$$\mathrm{Nu} = 0{,}0151\mathrm{Re}^{0,8}, \tag{18}$$

где $\mathrm{Nu} = \alpha r/\lambda$, $\mathrm{Re} = \omega r^2/\nu$, r – текущий радиус, ω – частота вращения диска.
При этом

$$\alpha = 0{,}0151\lambda\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0,8} r^{0,6} = kr^{0,6}, \tag{19}$$

где

$$k = 0{,}0151\lambda\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0,8}.$$

Соответственно, согласно уравнению (17)

$$\alpha_м = kr^{0,6} + \frac{r}{2}\frac{d}{dr}\left(kr^{0,6}\right) = 1{,}3kr^{0,6}$$

или

$$\mathrm{Nu}_м = 0{,}0196\mathrm{Re}_м^{0,8}. \tag{20}$$

Эта формула совпадает с опытной зависимостью, приведенной в [2].

В известной работе Л. А. Дорфмана [3] для местного значения коэффициента теплоотдачи диска при степенном распределении температуры по радиусу $\theta = c_0 r^n$ получена зависимость

$$\mathrm{Nu}_м = \mathrm{Nu}\frac{n+2{,}6}{n+2}, \tag{21}$$

где $\mathrm{Nu} = 0{,}0151\mathrm{Re}^{0,8}$ – формула, полученная экспериментально Кобом и Саундерсом [2].

Уравнение (21) в [3] отыскивалось расчетным путем на основании метода Л. Г. Лойцянского, используемого для определения динамического пограничного слоя при наличии продольного градиента скоростей.

Определим местное значение коэффициента теплоотдачи преобразованием известной зависимости для среднего значения коэффициента теплоотдачи, полученного Кобом и Саундерсом при $\theta = \text{const}$. Как и в работе [3] примем степенное распределение температуры по радиусу $\theta = c_0 r^n$. Решение отыскиваем рассматриваемым в этой работе методом.

При $\theta = c_0 r^n$ из уравнения (17) следует

$$\alpha_{\text{м}} = \alpha + \frac{1}{r^{n+1}} \frac{d\alpha}{dr} \int_0^r r^{n+1} dr,$$

и после подстановки α по формуле Коба и Саундера будем иметь

$$\alpha_{\text{м}} = 0{,}0151\lambda \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0,8} r^{0,6} + 0{,}0151\lambda \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0,8} 0{,}6 r^{-0,4} \frac{r}{n+2}$$

или окончательно после преобразований

$$\alpha_{\text{м}} = 0{,}0151\lambda \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0,8} r^{0,6} \left(1 + \frac{r}{n+2}\right). \tag{22}$$

В критериальном виде эта зависимость

$$Nu_{\text{м}} = Nu\left(1 + \frac{0{,}6}{n+2}\right) \tag{23}$$

полностью совпадает с зависимостью Л. А. Дорфмана (18), но получено иным, существенно более простым, методом.

Литература

1. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981, 416 с.

2. Cobb E. C., Saunders O. A. Heat transfer from a rotating disk. – Proc. Of the Royal Society, 1956, Ser. A, vol. 236, p. 343–349.

3. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. – М.: ГИФМЛ, 1960, 260 с.