УДК.621.396.6

Ж.А. КИРЕЕВА, канд. техн. наук, доц. НТУ „ХПИ”
В.А. КИРЕЕВ, канд. техн. наук, доц. НАУ „ХАИ”
И.В. ПОЛЯКОВ, канд. техн. наук, доц. НТУ „ХПИ”

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИАГНОСТИКИ

Приводиться методика аналізу нелінійних радіоелектронних ланцюгів і алгоритм розрахунку, заснований на відомих моделях активних елементів. Обчислення проводилися ітераційним методом і далі використовувалися для діагностування.

An analysis method of radio-electronic nonlinear chains and algorithm of calculation based on the known models of active elements is presented. Calculations were made by iteration method and further used for diagnosing.

Главным вопросом расчета радиоэлектронных схем (РЭС) является разработка математических моделей активных и пассивных элементов схем [1]. Этот вопрос приобрел особую важность в связи с тем, что математические модели компонентов (ММК) схем, с одной стороны, в большой степени определяют время расчета и объем требуемой памяти, а с другой – точность. Под математической моделью РЭС будем понимать математическое описание, отражающее с требуемой точностью поведение РЭС в заданных условиях. Т.е. математической моделью является описание связей между токами и напряжениями, возникающими в компоненте или схеме в статическом или динамическом режиме работы.

Для математической модели схемы (ММС) внешними параметрами могут быть токи и напряжения на выходе схемы или в заданных точках, а также характерные точки или интервалы переходных, частотных, передаточных и других характеристик. Внутренними параметрами схемы служат параметры ее компонентов, а связь между ними определяется моделями компонентов и законами Кирхгофа.

Переход от «ручных» методов расчета к машинным значительно расширил диапазон решаемых задач и выдвинул многообразные требования к математическим моделям. Требования разработчика схем состоят в том, что - ММК должна быть построена относительно электрических параметров, имеющих ясный схемотехнический смысл, чтобы можно было оценить влияние компонента на свойства схемы;

- для каждого параметра нужно иметь данные о средних значениях, статистическом разбросе, температурных и режимных зависимостях.

Эти требования выдвигаются разработчиками , проектирующими схемы на дискретных компонентах, в том числе на ИС низкого уровня интеграции.

Требования разработчиков программ заключаются в том, что ММК должна быть удобна для включения в программы и для реализации различных численных методов расчета схем. Важнейшими требованиями к ММК являются небольшое число параметров ММК и достаточная точность. При малом числе параметров ММК ею легко пользоваться при составлении исходной информации для расчета, легко измерять параметры при моделировании, легко реализовывать оптимальные значения параметров ММК, рассчитанные на ЭВМ. Для оценки точности модели используют максимальное относительное отклонение в рабочем диапазоне (критерий Чебышева)

$$\delta X_{макс} = \left| \frac{X_м - X_к}{X_к} \right|_{макс} \quad (1)$$

где $X_м, X_к -$ токи или напряжения вольтамперной характеристики модели и реального компонента.

Взвешенное среднеквадратическое относительное отклонение в указанном рабочем диапазоне

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_j^n a_j (\frac{X_{mj} - X_{kj}}{X_{kj}})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_j^n a_j (\delta X_j)^2}{n}}, \quad (2)$$

где n – число точек измерения, $a_j -$ вес отклонения в $j -$ й точке.

В большинстве случаев приходится иметь дело с сериями схем и компонентов, внутренние параметры которых имеют статистический разброс, приводящий к разбросу вольтамперных характеристик. Этот разброс можно учесть из (1) и (2) путем статистического моделирования. Тогда наряду с величиной ошибки по оценкам (1) и (2) можно указать вероятность ее, или, задав доверительную вероятность, найти ей соответствующую ошибку. Правда, это потребует больших затрат времени и знания законов распределения внутренних параметров компонента, как правило, неизвестных.

Точность расчета схемы определяется точностью модели и точностью вычислений на ЭВМ. Как правило, погрешность вычислений много меньше погрешности из-за неточности модели (ибо последняя составляет 1- 10% для статических моделей и 10 – 50% для динамических). Поскольку точность вычислений при расчете электронных схем должна быть одного порядка с точностью модели, то можно сократить время вычислений при использовании различных итеративных методов.

Цель работы – исследование математических моделей нелинейных цепей и возможностей их использования для диагностики.

Задачи диагностики. Диагностика электрических цепей является одним из самых востребованных разделов теории цепей. Это связано с потребностями оценки состояния аппаратуры в эксплуатации. Методы диагностики используются также для прогнозирования надежности. Задачи диагностики можно разделить на две группы: 1) поиски дефекта (в наших работах [1, 2, 3] и 2) определение параметров элементов [4].

Параметрическая диагностика (функциональная) выполняется в рабочем режиме работы цепи и после проведения эксперимента сводится, как правило, к численному решению нелинейных систем уравнений, составленных относительно напряжений и токов искомых элементов [5].

Формирование математической модели схемы.

В предложенном нами ранее методе локализации неисправностей в РЭС [1,2] была использована кусочно-линейная модель транзистора. Рассмотрим теперь более точные модели биполярного транзистора, приведенные в [6,7].

Наиболее широко используется в программах расчета цепей на ЭВМ модель Эберса-Молла и модель Норенкова. По оценкам пользователей погрешность расчетов в среднем составляет 10 – 15% при расчете схем с дискретными транзисторами и имеют преимущества перед кусочно-линейной моделью в точности. Точность расчета при кусочно-линейной аппроксимации хуже на 15% [8]. Составим уравнения для расчета статического режима работы схемы. Исходная система уравнений равновесия методом узловых напряжений имеет вид

$$\|I(U)\| = 0 \quad (3)$$

$\|I\| -$ вектор узловых токов.

Запишем это уравнение используя метод Ньютона

$$\|y(U^к)\| \cdot \|\Delta U^к\| = -\|U^к\|, \quad (4)$$

где $\|y(U^к)\| -$ матрица узловых проводимостей; к - индекс ньютоновских итераций; $\|\Delta U^к\|$ - вектор поправок $\|\Delta U^к\| = \|U^{к+1}\| - \|U^к\|$.

Запишем уравнения (4) матричном виде

$$\left\| \begin{matrix} \frac{\delta(\sum i)_1}{\delta u_1} \ldots & \frac{\delta(\sum i)_1}{\delta u_n} \\ \frac{\delta(\sum i)_n}{\delta u_1} \ldots & \frac{\delta(\sum i)_n}{\delta u_n} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} \Delta U_1^к \\ \Delta U_n^к \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} (\sum i)_1 \\ (\sum i)_n \end{matrix} \right\|, \quad (5)$$

где $i = i(u_1 .. u_n) -$ ток ветви или полюсный ток многополюсника;

$(\sum i)_j -$ узловой ток j–го узла, т.е. алгебраическая сумма токов компонентов, соединенных в j – м узле;

$\frac{\delta(\sum i)_j}{\delta u_\kappa}$ – собственная при j = k или взаимная при $j \neq k$ узловая проводимость y_{jk} между узлами j и k.

Методика формирования уравнений (5) состоит в последовательном рассмотрении каждого компонента схемы и определении его вклада в вектор узловых токов и матрицу узловых проводимостей. Формирование вектора узловых токов состоит в образовании для каждого узла схемы сумм полюсных токов компонентов, соединенных с этим узлом. Рассмотрим матрицу узловых проводимостей n – полюсника. Пусть э, б, к – полюсы многополюсника

$$y_{транзистора} = \begin{array}{cccc} & э & б & к \\ э & y_{ээ} & -y_{эб} & -y_{эк} \\ б & -y_{бэ} & y_{бб} & -y_{бк} \\ к & -y_{кэ} & -y_{кб} & y_{кк} \end{array},$$

здесь $y_{ээ}, y_{бб}, y_{кк}$ – собственные проводимости полюсов, равные сумме проводимостей многополюсника, инцидентных соответствующим полюсам; $y_{эб}, y_{бк}, y_{эк}$ и т.д. – взаимные проводимости между полюсами многополюсника. При формировании y(u) для всей схемы используется метод позиционного суммирования. Этот метод заключается в том, что элемент матрицы y(u) получается суммированием всех проводимостей схемы, включенных между узлами j и k , в том числе той взаимной проводимости y_{jk}, которая входит в состав матрицы $\|y\|$ многополюсника, если j и k являются его полюсами. Аналогично в состав элемента y_{jj} матрицы $\|y\|$ входит как слагаемое собственная проводимость y_{jj} многополюсника, если j – й узел схемы одновременно является полюсом многополюсника.

Итак, метод формирования ММС в узловых напряжениях можно сформулировать следующим образом:

1. Уравнение каждого элемента схемы представляются в виде $\|i\| = \|y_э\| \cdot \|u\| + \|I_э\|$, где $\|y_э\|, \|I_э\|$ – матрицы полюсных проводимостей элемента и вектор полюсных токов.

2. Выделяются и обнуляются двумерные или одномерные массивы для записи в них матрицы узловых проводимостей схемы $\|y\|$ и вектора узловых токов $\|I\|$, являющихся основными компонентами ММС.

3. Рассматривается очередной к – й элемент схемы. Компоненты его вектора $\|I_э\|$ и матрицы $\|y_э\|$, заносятся на соответствующие позиции

массивов $\|y\|$ и $\|I\|$ и суммируются с их содержимым. Это повторяется для каждого элемента пока их список не будет исчерпан.

Запишем для нелинейного элемента, которым является транзистор, уравнения (5) с помощью разложения в ряд Тейлора в окрестности точки U^κ в соответствии с итерационной процедурой Ньютона

$$\left\|I^{(k+1)}\right\| = \|y\| \cdot \left\|\Delta U^{(k+1)}\right\| + \left\|I^k\right\|, \qquad (6)$$

где $\left\|I^{(k+1)}\right\|$ – вектор полюсных токов, многополюсника на текущей (к+1) –й ньютоновской итерации; $\|y\| = \frac{\partial\|f\|}{\partial\|u^k\|}$ – неопределенная матрица дифференциальных полюсных проводимостей многополюсника, вычисляемая как матрица Якоби; $\left\|\Delta U^{k+1}\right\| = \left\|U^{k+1}\right\| - \left\|U^k\right\|$ – вектор поправок узловых напряжений на текущей итерации.

4. Определяется разница $\Delta U^{k+1} - \Delta U^k$. Если эта разница больше точности расчета ξ, то происходит расчет еще одной итерации. В противном случае расчет заканчивается.

Для проверки результатов расчета сравнивали приведенный выше метод с методом переменных состояния. При этом использовалась модель Норенкова И.П. Результаты расчетов, выполненных этими методами совпали. Вычислительные затраты примерно одинакового порядка.

Выводы

1. Разработан алгоритм анализа нелинейной цепи, используемый для диагностики РЭС.
2. Недостатком метода является рост числа измерений и вычислительных затрат при увеличении числа узлов схемы.
3. Для сокращения затрат на диагностирование целесообразно применение средств диакоптики.

Список литературы: **1.** *Гусаров В.П., Киреев В.А.* Применение математического моделирования для оценки работоспособности и локализации места неисправностей в радиоэлектронных схемах. Самолетостроение. Техника воздушного флота: Республиканский междуведомственный научно-техничекий сборник Х.: Вища шк.Изд-во при Харьк. Ун-те, 1985, вып.52, 80-82с. **2**. *Киреева Ж.А., Киреев В.А., Поляков И.В.* Математические модели нелинейных элементов для контроля и диагностирования радиоэлектронных схем на ЭВМ. Харьков. Вестник НТУ «ХПИ» - 2005 № 35с. 93-96. **3.** *Киреева Ж.А., Киреев В.А.* Контроль работоспособности и поиск неисправностей в РЭА. Харьков. Вестник НТУ «ХПИ»- 2004. №21, с. 75-78. **4.** *Кинншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А.* Диагностика электрических цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 192с . **5.** *Демирчан К.С., Бутырин П.А.* Моделирование и машинный расчет электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1988. – 335с. **6.** *Ильин В.Н.* Основы автоматизации схемотехнического проектирования. М.: Энергия, 1979. – 392с. **7.** *Анисимов Б.В. Белов Б.И., Норенков И.П.* Машинный расчет элементов ЭВМ. – М.: Высш. Школа, 1976. – 336с. **8.** *БаталовБ.В., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г.* Основы математического моделирования больших интегральных схем на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1982. – 168с.