

В.С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт
сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков,
Ю.М. ЕПИФАНОВ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт
сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков,
И.И. ТАВРОВСКИЙ, канд. техн. наук, Институт
сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков

СИНТЕЗ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ

Рассмотрен синтез стабилизирующего регулятора для процесса выращивания монокристаллов, основанный на применении теории линейных матричных неравенств и мер модального доминирования. На основе адаптации собственного пространства динамических систем предложен новый подход решения задачи синтеза при одиночном изменении спектра. Ил.: 2. Табл.: 2. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: монокристалл, система, мера модального доминирования, задача синтеза при одиночном изменении спектра.

Постановка проблемы. Сцинтилляционные монокристаллы (МКР), для научных исследований и решения практических задач, выращивают в промышленности методом Чохральского [1]. В основе выращивания МКР из расплава этим методом, заложены принципы направленной кристаллизации, которая всегда осуществляется при наличии и взаимодействии двух направленных потоков – переноса энергии в форме тепла и межфазного массопереноса (рис. 1).

Монокристалл 2 вращается с угловой скоростью Ω и вытягивается на затравку 1 со скоростью V . Поскольку растущий кристалл не имеет контакта со стенками тигля, а форма и размер образца определяются капиллярными силами и условиями тепломассообмена в системе кристалл-расплав, то к основным параметрам процесса кристаллизации относят характерный размер (диаметр D_s) цилиндрического образца, положение фронта кристаллизации относительно свободной поверхности расплава h и уровень расплава в тигле H .

В процессе роста МКР автоматически поддерживают постоянный уровень расплава, подпитывая его исходным сырьем. Известно, что качество кристалла определяется стабильностью массовой скорости его роста, а также стабильностью формы фронта кристаллизации и равномерностью вхождения активатора по длине кристалла.

В системах управления кристаллизацией скорость роста косвенно оценивается по диаметру МКР, который и стабилизируется в процессе выращивания. Диаметром растущего кристалла управляют, стабилизируя

скорость вытягивания и тепловые условия выращивания.

Таким образом, управление выращиванием монокристаллов требует стабилизации основных параметров технологического процесса.

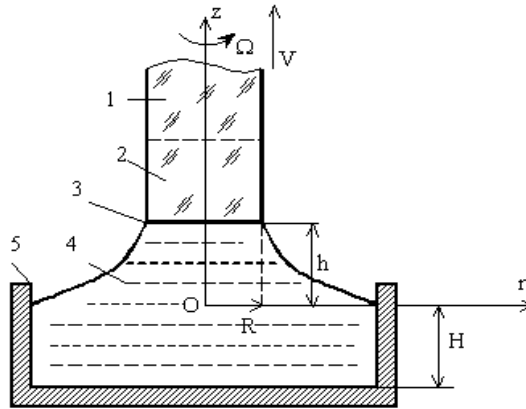


Рис. 1. Структурная схема выращивания методом Чохральского
 1 – затравка, 2 – кристалл, 3 – фронт кристаллизации, 4 – расплав, 5 – тигель,
 R – радиус кристалла, h – высота фронта кристаллизации, H – уровень расплава
 в тигле, V – скорость вытягивания кристалла, Ω – угловая скорость вращения
 кристалла, zOr – система координат.

Анализ литературы. Классический подход к синтезу стабилизирующих линейных обратных связей в пространстве состояний связан с каноническим представлением объекта управления (ОУ) и построением модального управления [2 – 5].

В задачах синтеза управления структура и порядок математической модели предполагается заданной:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in R^n, \quad u \in R^s, \\ y &= Cx, \quad y \in R^m, \end{aligned} \quad (1)$$

где x – вектор состояния; A, B, C – постоянные матрицы соответствующих размеров; y – выходной вектор; u – вектор управления, подаваемого на вход объекта управления (ОУ); x_0 – начальные условия, т.е. состояние ОУ в начальный момент времени t_0 .

Модальное управление решает задачу управления спектром матрицы или размещения собственных чисел (значений), для достижения целей управления. В модальном синтезе при помощи линейных обратных связей по состоянию требуется синтезировать матрицу замкнутой системы $Q = A - BK$ с желаемым спектром, который надо уметь задавать. Построение модального управления сводится к нахождению

характеристического полинома матрицы A , выбору канонического базиса и решению системы линейных уравнений.

Разработчики, обычно определяют желаемый спектр синтезируемой системы на основе эвристических соображений. Поэтому, выбор спектра выливается в малопривлекательную проблему манипулирования большим количеством собственных значений, что существенно осложняет процесс исследования их влияния на поведение динамической системы, то есть основная проблема практического модального синтеза состоит в избыточном количестве параметров, влияя на которые можно получать системы с различными свойствами, в том числе и требуемыми.

Цель статьи – разработка альтернативного пути синтеза стабилизирующего управления, основанного на применении теории линейных матричных неравенств и мер модального доминирования [6 – 8].

Задача синтеза состоит в выборе закона управления из класса линейных обратных связей по состоянию вида

$$u = K_0 x, \quad (2)$$

где K_0 – матрица параметров регулятора соответствующего порядка, при котором состояние равновесия $x = 0$ замкнутой системы, является асимптотически устойчивым по Ляпунову.

Для нахождения параметров такого регулятора используют линейное матричное неравенство

$$YA^T + AY + Z^T B^T + BZ < 0, \quad Y > 0, \quad (3)$$

относительно переменных Y и Z [6]. Находя пару (Y, Z) , удовлетворяющую матричному неравенству (3), вычисляют параметры искомой обратной связи $K_0 = ZY^{-1}$.

В работах [7, 8], для синтеза модального управления предложен метод модального доминирования, сводящий выбор многих собственных значений к одному или нескольким показателям, описывающих сжатие спектра. Применение нового подхода на основе адаптации собственного пространства в динамических системах, позволит количественно контролировать тенденции изменения спектра.

Методология проведения синтеза стабилизирующего управления. В предлагаемом подходе модальный синтез предваряется синтезом асимптотически устойчивой системы с регулятором K_0 . Собственные значения λ_i этой системы определяют начальные позиции, которые изменяются в модальном синтезе путем интегрального

воздействия с оценкой доминирования, для получения требуемого спектра замкнутой системы.

Различают меры доминирования в собственном пространстве, по управляемости μ_u и наблюдаемости μ_v :

$$\mu_u = v^T B B^T v, \quad (4)$$

$$\mu_v = v^T C_k C_k^T v, \quad (5)$$

где v – левый собственный вектор матрицы A ; C_k – вектор строка по исследуемому выходу. В результате, мера доминирования по наблюдаемости подвязывается к конкретному выходу.

Матрица обратных связей $u = -Kx$ одиночного перемещения, каждого собственного значения v_i , имеет вид $K_i = B^T v_i v_i^T$, или

$$K_i = B^T v_i v_i^T \Delta / \mu_u, \quad (6)$$

где v_i – левый собственный вектор матрицы A ; Δ – величина изменения собственного значения. Отметим, что левые собственные векторы, соответствующие варьируемым собственным числам, вычисляются как транспонированные строки инвертированной матрицы нормированных собственных векторов.

Назовем элементарным изменением спектра сдвиг только одного собственного значения с сохранением прочих собственных значений и векторов матрицы A .

Модальный синтез основан на следующей теореме, доказанной в [7].

Теорема. В режимах малых перемещений собственных значений матрицу регулятора можно аппроксимировать суммой матриц регуляторов, реализующих элементарное изменение спектра, т.е.

$$K \cong K_1 + \dots + K_n,$$

где K_i определяются выражением (6).

Решение задачи модального синтеза возможно при итерационной подвижке собственных значений одного за другим, опирающейся на меру модального доминирования каждого собственного значения, в виде нормы матрицы обратных связей модального регулятора, при одиночном изменении спектра. Необходимо переносить все собственные значения на малое расстояние пропорционально их мерам модального доминирования. Очевидно, перенос мод будет успешен, если амплитуды сигналов обратных связей лежат в зоне приемлемых, исполняемых регулятором величин. Практическая реализуемость синтеза, тем самым,

зависит от характера масштабирования переменных состояния и управления, отражающегося, в том числе, на нормах столбцов матрицы B , входящей в определение меры.

Для коллективной подвижки λ_i введен коэффициент сжатия спектра s . Причем, $\Delta = s\mu$, то есть, чем меньше коэффициент сжатия спектра s , тем точнее будет выполнен совместный перенос. Этим коэффициентом можно варьировать в процессе итераций, добиваясь необходимого вида переходного процесса и учитывая ограничения на норму матрицы коэффициентов обратных связей, что дает косвенную гарантию хорошего синтеза.

Практические результаты синтеза управления. Данные для идентификации ОУ, получены в реальном масштабе времени при выращивании монокристаллов CsI(Tl) диаметром (300 – 500) мм. Процесс выращивания рассматривался как ЛТИ-объект с входной величиной – температура основного нагревателя Td и выходом – диаметр кристалла Ds . В пространстве состояний ОУ имеет, следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} -2,5590 & 0,3961 & 0,0373 \\ 0 & -0,2327 & -0,1578 \\ 0 & 0 & -0,1464 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1,2164 \\ -0,5342 \\ -0,1798 \end{bmatrix},$$

$$C = [1,0217 \quad 1,2614 \quad 1,1183], \quad D = 0.$$

На первом этапе синтезирован регулятор на основе решения матричного неравенства (3) в среде Matlab. Использовалась команда оптимизации $[tmin, xfeas] = feasp(lmusys, options, target)$, в которой $tmin$ и $xfeas$, дают значение параметра, который минимизируется, и отвечающего ему решения матричного неравенства. Аргументы команды $feasp$: $lmusys$ – описание линейного матричного неравенства; $options$ – описание параметров алгоритма оптимизации; $target$ – назначаемое значение параметра $tmin$. Параметры синтезированного регулятора: $K_0 = [1,80 \quad -0,32 \quad -0,06]$.

В табл. 1 приведен спектр – собственные значения λ_i и соответствующие им меры модального доминирования по управляемости замкнутой системы с регулятором K_0 . Собственные числа размещены в порядке убывания мер их модальной управляемости.

На старте итерационного процесса синтеза модального регулятора коэффициент сжатия спектра $s = 0,001$. Варьируя в процессе итераций этим коэффициентом, добиваются необходимого вида переходного

процесса и учитывают ограничения на норму матрицы коэффициентов обратных связей.

Таблица 1
Собственные значения и меры модального доминирования

λ_i	-4,93	-0,24	-0,15
Мера управляемости μ_{u_i}	1,68	0,18	0,033

Синтез дал, следующие результаты: количество итераций 800; матрица регулятора $K = [2,25 \quad -0,56 \quad -0,53]$; максимальное значение нормы матрицы $\|K\| = 2,3772$; матрица замкнутой системы

$$Q = \begin{bmatrix} -5,30 & 1,08 & 0,68 \\ 1,20 & -0,53 & -0,44 \\ 0,40 & -0,10 & -0,24 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения и соответствующие им меры модального доминирования модальной замкнутой системы управления приведены в табл. 2.

Таблица 2
Собственные значения и меры модального доминирования замкнутой системы управления

Собственные значения	-5,61	-0,30	-0,15
Мера модального доминирования	1,73	0,11	0,01

На рис. 2 приведена кривая переходного процесса в замкнутой системе.

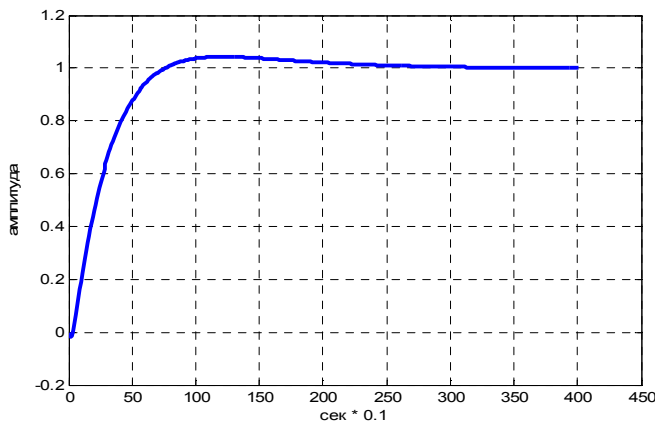


Рис. 2. Переходной процесс в модальной замкнутой системе

Длительность переходного процесса (не превышает 10 с), и малое перерегулирование, удовлетворяют требованиям к качеству управления при выращивании МКР диаметром до 500 мм.

Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром быстрое доминирующее собственное значение $\lambda_1 = -5,61$ с мерой $\mu_{ил} = 1,73$ (табл. 2), что позволяет реагировать на кратковременные возмущения тепловых условий и уменьшить их влияние на распределение активатора по длине кристалла.

Выводы. В результате проделанной работы, проведен двухэтапный синтез стабилизирующего регулятора для управления диаметром при выращивании сцинтилляционного монокристалла. Подтверждена основная идея о том, что адаптация собственного пространства у динамических систем оправдана: ни спектр, ни собственные векторы не стоит менять огульно, без особой на то нужды. Не огульно, это значит привлечение классических методов синтеза стабилизирующего управления на первой стадии, определяющее начальные позиции для модального синтеза, и использование мер модального доминирования на втором этапе синтеза. Задача решена при итерационной подвигке собственных значений одного за другим, с оценкой меры модального доминирования каждого из них и нормы матрицы обратных связей модального регулятора, при одиночном изменении спектра. Достигнуты требуемые параметры качества замкнутой системы.

Список литературы: 1. Горилецкий В.И. Рост кристаллов / В.И. Горилецкий, Б.В. Гринева, Б.Г. Заславский и др. // – Харьков: АКТА, 2002. – 535 с. 2. Леонов Г.А. Методы стабилизации линейных управляемых систем / Г.А. Леонов, М.М. Шумафов. – СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2005. – 421 с. 3. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория Базовых знаний. – 2002. – 832 с. 4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления / В.Я. Ротач. – МЭИ, 2004.– 350 с. 5. Арунянц Г.Г. Системы оптимального управления сложными технологическими объектами / Г.Г. Арунянц, З.Г. Салихов, А.Л. Рутковский. – М.: Теплоэнергетик, 2004. – 496 с. 6. Баландин Д.В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, М.М. Коган. – М.: Физматлит, 2007. – 280 с. 7. Балонин Н.А. Новый курс теории управления движением / Н.А. Балонин. – СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2000. – 160 с. 8. Балонин Н.А. Модальное управление в системах кристаллизации / Н.А. Балонин, В.С. Суздаль, Ю.С. Козьмин // Международный научно-технический журнал "Проблемы управления и информатики". – К. – 2014. – № 4. – С. 96–101.

References:

1. Goriletskij, V.I, Grinev, B.V, Zaslavskij, B.G. at all. (2002), *Crystal Growth*, Scientific Publishing "AKTA", Kharkov, 535 p.
2. Leonov, G.A. and Shumafov, M.M. (2005), *Methods of stabilization linear controlled systems*, Publishing House of St. Petersburg Un-ty, St. Petersburg, 421 p.
3. Dorf, R. and Bishop, R. (2002), *Modern control systems*, "Laboratory of Basic Knowledge", Moscow, 832 p.

4. Rotach, V.Ya., (2004), *Automatic Control Theory*, MPEI, Moscow, 350 p.
5. Arunijants, G.G., Salikhov, Z.G. and Rutkovskij, A.L., (2004), *Optimal control systems of complex technological objects*, Heat and Power Engineering, Moscow, 496 p.
6. Balandin, D.V. and Kogan, M.M. (2007), *Synthesis of control laws based on linear matrix inequalities*, FIZMATLIT, Moscow, 280 p.
7. Balonin, N.A. (2000), *New Deal Movement Control Theory*, Publishing House of St. Petersburg Un-ty, St. Petersburg, 160 p.
8. Balonin, N.A., Suzlal, V.S. and Kozmin, Yu.S. (2014), "Modal control in crystallization systems", *Problems of control and informatics Journal*, No. 4, pp. 96-101.

Поступила (received) 14.04.2016

Статью представил д-р физ.-мат. наук, зав. отделом 2319 ИСМА НАН Украины Тарасов В.А.

Suzdal Viktor, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher
ISMA NAS of Ukraine
Ave. Nauki, 60, Kharkov, Ukraine, 61001
Tel. (057) 341-01-45, email: suzdal@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0002-3816-9886

Yepifanov Yuriy, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher
ISMA NAS of Ukraine
Ave. Nauki, 60, Kharkov, Ukraine, 61001
Tel. (057) 341-04-27, email: epiphanov@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0003-2303-9138

Tavrovskiy Ihor, Cand. Sci. Tech.
ISMA NAS of Ukraine
Ave. Nauki, 60, Kharkov, Ukraine, 61001
Tel. (057) 341-01-45, email: tawr@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0001-9175-1667

УДК 621.3.078.3

Синтез стабілізуючого керування процесами вирощування монокристалів / Суздаль В.С., Єпіфанов Ю.М., Тавровський І.І. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2016. – № 21 (1193). – С. 135 – 143.

Розглянуто синтез стабілізуючого регулятора для процесу вирощування монокристалів, заснований на застосуванні теорії лінійних матричних нерівностей та мір модального домінування. На основі адаптації власного простору динамічних систем запропонований новий підхід рішення задачі синтезу при одиночному змінненні спектра. Ил.: 2. Табл.: 2. Бібліогр.: 8 назв.

Ключові слова: монокристал, система, міра модального домінування, задача синтезу при одиночному змінненні спектра.

УДК 621.3.078.3

Синтез стабилизирующего управления процессами выращивания монокристаллов / Суздаль В.С., Епифанов Ю.М., Тавровский И.И. // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2016. – № 21 (1193). – С. 135 – 143.

Рассмотрен синтез стабилизирующего регулятора для процесса выращивания монокристаллов, основанный на применении теории линейных матричных неравенств и мер модального доминирования. На основе адаптации собственного пространства динамических систем предложен новый подход решения задачи синтеза при одиночном изменении спектра. Ил.: 2. Табл.: 2. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: монокристалл, система, мера модального доминирования, задача синтеза при одиночном изменении спектра.

UDC 621.3.078.3

Synthesis of Stabilizing control of processes growing single crystals / Suzdal V.S., Yepifanov Y.M., Tavrovskiy I.I. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2016. – № 21 (1193). – P. 135 – 143.

The synthesis of stabilizing controller for the growing single crystals process, based on the application of the theory of linear matrix inequalities and measures of the modal dominance are considered. On the basis of the adaptation of its own space of dynamical systems, are proposed a new approach to solving the problem of synthesis for a single spectrum change. Figs.: 2. Tabl.: 2. Refs.: 8 titles.

Keywords: single crystal, system, measure of the modal dominance, problem of synthesis for a single spectrum change.