УДК 621.9.01

В.Д. ДМИТРИЕНКО, д-р техн. наук, проф. НТУ "ХПИ" (г. Харьков),
Н.И. ЗАПОЛОВСКИЙ, канд. техн. наук, проф. НТУ "ХПИ" (г. Харьков),
Н.В. МЕЗЕНЦЕВ, ст. преподаватель НТУ "ХПИ" (г. Харьков)

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ДИЗЕЛЬ-ПОЕЗДА МЕТОДОМ АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ПО КРИТЕРИЮ ОБОБЩЕННОЙ РАБОТЫ

Рассматривается синтез оптимальных регуляторов для дизель-поезда с тяговым асинхронным приводом с помощью метода аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы (АКОР). С целью упрощения синтеза выполнена декомпозиция исходной модели объекта управления на две подсистемы, существенно отличающиеся постоянными времени. Для поиска множества неизвестных коэффициентов, входящих в искомые управления, применены генетические алгоритмы. Библиогр.: 8

Ключевые слова: оптимальные регуляторы, тяговый асинхронный привод, аналитическое конструирование регуляторов по критерию обобщенной работы, декомпозиция модели, генетические алгоритмы.

Постановка проблемы и анализ литературы. Тяговый электропривод с трехфазными асинхронными двигателями превосходит по экономическим показателям управляемые приводы с двигателями на постоянном токе. Это связано, прежде всего, с эксплуатационными свойствами асинхронного двигателя [1, 2]. Поэтому его применение является актуальным и в последние десятилетия он активно внедряются на подвижном составе железных дорог, в частности, на дизель-поездах. Если рассматривать математическую модель движения дизель-поезда, то она с учетом некоторых допущений может быть представлена нелинейной системой дифференциальных уравнений высокого порядка. Существует множество методов синтеза регуляторов для управления такими нелинейными объектами [3, 4]. Одним из таких методов является метод АКОР. Основное достоинство метода – получение структуры регулятора с учетом минимизации функционала, который включает в себя несколько составляющих, позволяющих учитывать различные особенности протекания процессов в различных режимах функционирования сложных технических объектов [5]. Из формулировки основной теоремы АКОР вытекает, что в случае, если функции, входящие в состав функционала, могут быть представлены степенными рядами, то и поиск функции Ляпунова, которая определяет в конечном итоге вид управляющих воздействий, также необходимо искать в виде степенного ряда [5, 6]. При этом возникает дополнительная задача поиска коэффициентов при каждом члене этого ряда. Для сложных объектов число этих коэффициентов значительно – от десятков до сотен. Поэтому, с целью уменьшения множества коэффициентов, целесообразно выполнять либо декомпозицию исходной нелинейной математической модели, либо преобразовывать ее к линейной модели [7, 8].

Если анализировать исходную математическую модель объекта, то в ней можно выделить две подсистемы, которые имеют существенные отличия по постоянным времени, а именно подсистему, описывающую движение дизель-поезда, и подсистему, моделирующую процессы в асинхронном двигателе. Поэтому целесообразно выполнить разбиение исходной модели на две подсистемы и для каждой из подсистем выполнить синтез оптимальных регуляторов.

Целью статьи является синтез оптимальных регуляторов для дизель-поезда с тяговым асинхронным приводом с помощью метода АКОР, с применением декомпозиции исходной математической модели объекта управления и использованием генетических алгоритмов для поиска множества коэффициентов, входящих в искомые управления.

Основной раздел. Движение дизель-поезда по перегону в случае, если эквивалентный асинхронный электродвигатель представлен в системе ортогональных осей *X*, *Y*, которые вращаются синхронно со скоростью результирующего вектора напряжения статора, может быть описано системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$
\begin{gathered}
\frac{dS}{dt} = V; \\
\frac{dV}{dt} = \frac{kp}{J}(4M - M_{\text{с}}); \\
V = k\Omega; \\
\frac{d\Psi_{X_1}}{dt} = U_{X_1} - \alpha_s^{'}\Psi_{X_1} + \alpha_s^{'}k_r\Psi_{X_2} + \Omega_0\Psi_{Y_1}; \\
\frac{d\Psi_{Y_1}}{dt} = U_{Y_1} - \alpha_s^{'}\Psi_{Y_1} + \alpha_s^{'}k_r\Psi_{Y_2} + \Omega_0\Psi_{X_1}; \\
\frac{d\Psi_{X_2}}{dt} = -\alpha_r^{'}\Psi_{X_1} + \alpha_r^{'}k_s\Psi_{X_1} + (\Omega_0 - \Omega)\Psi_{Y_2}; \\
\frac{d\Psi_{Y_2}}{dt} = -\alpha_r^{'}\Psi_{Y_2} + \alpha_r^{'}k_s\Psi_{Y_1} - (\Omega_0 - \Omega)\Psi_{X_2}; \\
M = \frac{3}{2}p\frac{k_r}{\sigma L_s}(\Psi_{X_2}\Psi_{Y_1} - \Psi_{X_1}\Psi_{Y_2}),
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где S – расстояние, отсчитываемое от начала перегона; t – время; $V = k\Omega$ – скорость движения дизель-поезда; k, p, $a_s^{'} = 1/(\sigma T_s)$, $\sigma = 1 - k_r k_s$, $k_r = L_m/L_r$, L_m, L_r, $k_s = L_m/L_s$, L_s, $T_s = L_s/r_s$, r_s, $a_r^{'} = 1/(\sigma T_r)$, $T_r = L_r/r_r$, r_r – постоянные коэффициенты для данного типа ТАД; Ω – угловая скорость вращения эквивалентного асинхронного двигателя; J – момент инерции состава, приведеный к валу двигателя; M – электромагнитный момент одного тягового асинхронного двигателя (ТАД); $M_с$ – момент сопротивления нагрузки; Ψ_{X_1}, Ψ_{Y_1}, Ψ_{X_2}, Ψ_{Y_2}, U_{X1}, U_{Y1} – соответственно проекции на оси X_1 и Y_1, X_2 и Y_2 потокосцеплений статора и ротора и напряжения питания.

Момент сопротивления нагрузки $M_с$ в зависимости от частоты Ω может быть представлен нелинейной зависимостью вида:

$$M_с(\Omega) = b_0 + b_1\Omega + b_2\Omega^2, \qquad (2)$$

где b_0, b_1, b_2 – постоянные коэффициенты.

Для случая синусоидальных напряжений на статоре двигателя U_{X1} и U_{Y1} определяются следующими соотношениями:

$$U_{X1} = U_M \cos\,[(\Omega_0 - \Omega_K)t + \varphi_K];$$

$$U_{Y1} = U_M \sin\,[(\Omega_0 - \Omega_K)t + \varphi_K],$$

где U_M – амплитуда первой гармоники фазного напряжения на статоре двигателя; Ω_K – угловая скорость вращения системы координат; φ_K – произвольная начальная фаза напряжения фазы A статора. В случае синхронной системы координат $\Omega_0 = \Omega_K$ при условии, что начальная фаза напряжения $\varphi_K = 0$, функции воздействия (управление) – это постоянное напряжение, равное U_M, по оси X и нулю по оси Y.

Если анализировать исходную модель объекта управления (1), то в ней можно выделить две подсистемы, которые имеют существенные отличия по постоянным времени, а именно подсистему, описывающую движение дизель-поезда (первые три выражения), и подсистему, моделирующую процессы в асинхронном двигателе (остальные выражения).

С учетом этого задачу оптимального управления можно сформулировать следующим образом: для первой подсистемы необходимо найти тяговый момент M, который обеспечивал бы перевод объекта управления из исходной точки в конечную за заданный интервал времени, а для второй подсистемы – найти такие управляющие воздействия на тяговый асинхронный электродвигатель, которые бы реализовывали момент M для первой подсистемы.

Рассмотрим синтез оптимальных регуляторов для рассматриваемого объекта (1) при его трогании и разгоне до 65 км/ч, разделив процесс синтеза регуляторов для двух подсистем.

Математическая модель первой подсистемы содержит два дифференциальных уравнения:

$$\frac{dS}{dt} = V; \quad \frac{dV}{dt} = \frac{kp}{J}(4M - b_0 - b_1V - b_2V^2). \qquad (3)$$

Систему (3) удобнее записать в виде:

$$\frac{dx_1}{dt} + a_{12}x_2 = 0;$$
$$\frac{dx_2}{dt} + a_{222}x_2^2 + a_{22}x_2 + a_{20} = k_u U, \qquad (4)$$

где $x_1 = S$; $a_{12} = -1$; $x_2 = V$; $a_{222} = kpb_2/J$; $a_{22} = kpb_1/J$; $a_{20} = kpb_0/J$; $k_u = 4kp/J$.

Наиболее простой структурная схема регулятора получается в случае, когда функции f_i в левых частях уравнений системы (4) могут быть представлены в кусочно-линейной форме [5]. Поэтому аппроксимируем функцию $f_2 = a_{222}x_2^2 + a_{22}x_2 + a_{20}$ двумя кусочно-линейными участками:

$$f_2 = \begin{cases} d_1x_2, \text{ если } 0 \le x_2 < 35, \text{ км/ч}; \\ d_2x_2 - d_0, \text{ если } 35 \le x_2 < 65, \text{ км/ч}, \end{cases} \qquad (5)$$

где d_1, d_2, d_0 – постоянные коэффициенты.

Тогда исходная нелинейная система дифференциальных уравнений (4) аппроксимируется двумя системами линейных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим в общем виде задачу аналитического конструирования регуляторов для второй из полученных подсистем:

$$\frac{dx_1}{dt} + a_{12}x_2 = 0;$$
$$\frac{dx_2}{dt} + a_{22}x_2 + a_{20} = k_u U, \qquad (6)$$

при условии, что оптимизируемый функционал и граничные условия заданы положительно определенными квадратичными формами [2, 5]:

$$Q = C_1 + \frac{1}{2}\beta_{11}x_1^2 + \beta_{12}x_1x_2 + \frac{1}{2}\beta_{22}x_2^2; \qquad (7)$$

$$V_3\Big|_{t = t_з} = \rho_{01}x_1 + \rho_{02}x_2 + \frac{1}{2}\rho_{11}x_1^2 + \rho_{12}x_1x_2 + \frac{1}{2}\rho_{22}x_2^2, \qquad (8)$$

где C_1 – неизвестный коэффициент (постоянный или функция времени); β_{ik} – заданные коэффициенты (в общем случае функции времени) $i, k = 1, 2, \quad i \le k$; $t_з$ – заданное время управления; ρ_{ik} – заданные коэффициенты (постоянные числа) $i = 0, 1, 2;\ k = 1, 2;\ i \le k$.

Используя выражения (6) – (8) получим дифференциальное уравнение для определения функции V и структуры регулятора [5]:

$$\frac{\partial V}{\partial t}-\frac{\partial V}{\partial x_1}a_{12}x_2-\frac{\partial V}{\partial x_2}(a_{20}+a_{22}x_2)=-Q, \tag{9}$$

$$U=-R^2\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\cdot 0+\frac{\partial V}{\partial x_2}k_u\right).$$

Решение уравнения (9) удобно искать в виде

$$V=A_{01}x_1+A_{02}x_2+\frac{1}{2}A_{11}x_1^2+A_{12}x_1x_2+\frac{1}{2}A_{22}x_2^2, \tag{10}$$

где $A_{01}, A_{02}, A_{11}, A_{12}, A_{22}$ – функции времени.

Подставляя выражение (10) в уравнение (9) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, после элементарных преобразований получим

$$\begin{gathered}
\frac{dA_{01}}{dt}-a_{20}A_{12}=0;\\
\frac{dA_{02}}{dt}-a_{12}A_{01}-a_{22}A_{02}-a_{20}A_{22}=0;\\
\frac{dA_{11}}{dt}=-\beta_{11};\\
\frac{dA_{12}}{dt}-a_{12}A_{11}-a_{22}A_{12}=-\beta_{12};\\
\frac{dA_{22}}{dt}-2a_{12}A_{12}-2a_{22}A_{22}=-\beta_{22};\\
A_{02}a_{20}=C_1.
\end{gathered} \tag{11}$$

Последнее уравнение в системе (11) служит только для определения C_1, поэтому при решении системы линейных дифференциальных уравнений его можно не учитывать.

Коэффициенты $A_{01}, A_{02}, A_{11}, A_{12}, A_{22}$ оптимальных управлений можно найти аналитически. В результате получим:

$$A_{11}=-\beta_{11}t+D_{11};$$

$$A_{12}=(\beta_{12}-a_{12}D_{11})/a_{22}+a_{12}\beta_{11}/a_{22}\left(t+1/a_{22}\right)+D_{12}e^{a_{22}t};$$

$$A_{22}=\frac{\beta_{22}}{2a_{22}}-\frac{a_{12}(\beta_{12}-a_{12}D_{11})}{a_{22}^2}-\frac{3a_{12}{}^2\beta_{11}}{2a_{22}^3}-\frac{2a_{12}D_{12}e^{a_{22}t}}{a_{22}}-\frac{a_{12}\beta_{11}}{a_{22}^2}t+D_{22}e^{2a_{22}t};$$

$$A_{01}=A_1(a_{12}, a_{20}, a_{22}, \beta_{11}, \beta_{12}, D_{11}, D_{12}, D_{01});$$

$$A_{02}=A_2(a_{12}, a_{20}, a_{22}, \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{22}, D_{11}, D_{12}, D_{22}, D_{01}, D_{02}),$$

где $D_{11}, D_{12}, D_{22}, D_{01}, D_{02}$ – постоянные интегрирования, которые находятся из граничного условия (8).

Таким образом, оптимальное управление для подсистемы (3) определяется выражением:

$$U=\begin{cases}-R^2\left(k_u\dfrac{\partial V}{\partial x_2}\right)=-R^2k_u(A^*_{02}+A^*_{12}x_1+A^*_{22}x_2), \text{ если } 0\le x_2<35;\\ -R^2\left(k_u\dfrac{\partial V}{\partial x_2}\right)=-R^2k_u(A_{02}+A_{12}x_1+A_{22}x_2), \text{ если } 35\le x_2\le 65,\end{cases} \quad (12)$$

где $A^*_{02}, A^*_{12}, A^*_{22}$ – находятся по тем же выражениям, что и A_{02}, A_{12}, A_{22}, но при условии, что a_{22} и a_{20} имеют другие значения.

Метод АКОР не дает конструктивных возможностей однозначно определять коэффициенты R, β_{ij}, ρ_{ij}. Учитывая большие временные затраты, на поиск коэффициентов, предлагается осуществлять его с помощью эволюционного метода поиска – генетических алгоритмов. В качестве генов хромосомы выступали искомые коэффициенты, каждый из которых кодировался 16 битами, как вещественное число из интервала [–800, +800]. Исходная популяция состояла из 150 хромосом и генерировалась случайным образом. Критерием качества (приспособленностью хромосомы) при поиске выступали расход энергии, особенности переходных процессов по заданной фазовой координате (скорости движения) и точность приведения объекта за заданный интервал времени в конечную точку.

В результате была получена программа, позволяющая для рассматриваемого объекта управления определять коэффициенты R, β_{ij}, ρ_{ij} за несколько десятков минут на компьютере с тактовой частотой процессора 3 Ггц.

Вторую подсистему уравнений объекта управления (1) удобно записать в виде:

$$\begin{gathered}\frac{dx_3}{dt}+a_{33}x_3+a_{35}x_5=U_1+x_4U_2;\\ \frac{dx_4}{dt}+a_{44}x_4+a_{46}x_6=x_3U_2;\\ \frac{dx_5}{dt}+a_{55}x_5+a_{53}x_3+\Omega(t)x_6=x_6U_2;\\ \frac{dx_6}{dt}+a_{66}x_6+a_{64}x_4-\Omega(t)x_5=-x_5U_2;\\ M=A_M(x_4x_5-x_3x_6),\end{gathered} \quad (13)$$

где $x_3=\Psi_{X_1}$; $a_{33}=a_{44}=a_s^{'}$; $a_{35}=a_{46}=-a_s^{'}k_r$; $x_5=\Psi_{X_2}$; U_1, U_2 – управления соответственно по амплитуде и частоте напряжения питания;

$x_4 = \Psi_{Y_1}$; $x_6 = \Psi_{Y_2}$; $a_{55} = a_{66} = a_r^{'}$; $a_{53} = a_{64} = -a_r^{'} k_s$; $\Omega(t)$ – угловая частота вращения ротора, получаемая из первой подсистемы; $A_M = 3pk_r / (2\sigma L_s)$.

Для данной подсистемы аналогично получим следующие управляющие воздействия:

$$U_1 = -K_U^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right) = -K_U^2 (A_1 x_6 + A_2 x_4 x_5 x_6 + 2A_3 x_3 x_6^2);$$

$$\begin{aligned} U_2 = -K_f^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} x_4 + \frac{\partial V}{\partial x_4} x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_5} x_6 - \frac{\partial V}{\partial x_6} x_5 \right) = -K_f^2 (A_1 x_4 x_6 + A_2 x_4^2 x_5 x_6 + \\ + 2A_3 x_3 x_4 x_6^2 + A_4 x_3 x_5 + 2A_5 x_3 x_4 x_5^2 + A_2 x_3^2 x_5 x_6 + A_4 x_4 x_6 + \\ + 2A_5 x_4^2 x_5 x_6 + A_2 x_3 x_4 x_6^2 - A_1 x_3 x_5 - A_2 x_3 x_4 x_5^2 - 2A_3 x_3^2 x_5 x_6, \end{aligned} \qquad (14)$$

где K_U, K_f – соответственно коэффициенты усиления по каналам напряжения и частоты; $A_1, A_2, A_3, \ldots$ – функции времени, которые определяются аналогично коэффициентам из выражения (10).

Из анализа выражений (14) следует, что при условии нахождения системы в начале координат (все фазовые координаты объекта равны нулю), выйти из этого состояния система не сможет. Однако, как известно из практики управления ТАД, частота напряжения питания в тяговом режиме всегда должна быть больше частоты вращения ротора на величину, называемую скольжением. Следовательно в выражение для определения управления U_2 (которое соответствует частоте напряжения питания) должна быть добавлена некоторая константа. Для рассматриваемого объекта известно, что амплитуда и частота питающего напряжения двигателя связаны между собой, например, соотношением $U/f = const$. Поэтому и в выражение для нахождения U_1 также должна быть введена некоторая константа.

Математическое моделирование дизель-поезда с полученной структурой регулятора показало хорошее совпадение переходных процессов в модели и на реальном объекте, управляемым опытным машинистом.

Выводы. Таким образом, для уменьшения множества неизвестных коэффициентов, получаемых при синтезе оптимальных регуляторов для дизель-поезда методом АКОР, было предложено выполнить декомпозицию исходной математической модели на две подсистемы, для каждой из которых в последствии были получены оптимальные управления. Для этих управлений были найдены с помощью генетических алгоритмов приемлемые наборы коэффициентов, обеспечивающие требуемое качество управления.

Список литературы: 1. *Омельяненко В.И.* Тяговые и токовые характеристики электроподвижного состава с асинхронным тяговым двигателем / *В.И. Омельяненко, Н.Н. Калюжный, Т.А. Кулиш, Г.В. Кривякин* // Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта: Тезисы LXVI международной конференции. – Днепропетровск: ДИИТ, 2006. – С. 123. **2.** *Носков В.И.* Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / *В.И. Носков, В.Д. Дмитриенко, Н.И. Заполовский, С.Ю. Леонов*. – Х.: ХФИ "Транспорт Украины", 2003. – 248 с. **3.** Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти томах. Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. *К.А. Пупкова и И.Д. Егунова*. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с. **4.** Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и томах. Т. 5: Методы современной теории управления / Под ред. *К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с. **5.** *Красовский А.А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / *А.А. Красовский*. – М.: Наука, 1973. – 560 с. **6.** Справочник по теории автоматического управления / Под ред. *Красовского А.А.* – М.: Наука, 1987. – 712 с. **7.** *Дмитриенко В.Д.* Синтез оптимальных законов управления тяговым электроприводом методами дифференциальной геометрии и принципа максимума / *В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный* // Системи обробки інформації. – Харків: ХУПС. – 2009. – Вип. 4 (78). – С. 42–51. **8.** *Краснощёченко В.И.* Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза / *В.И. Краснощёченко, А.П. Грищенко*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2005. – 520 с.

УДК 621.9.01

Синтез оптимальних регуляторів для дизель-поїзду методом аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи / Дмитрієнко В.Д., Заполовський М.Й., Мезенцев М.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2010. – № 31. – С. 87 – 94.

Розглядається синтез оптимальних регуляторів для дизель-поїзду з тяговим асинхронним приводом за допомогою методу аналітичного конструювання регуляторів за критерієм узагальненої роботи. З метою спрощення синтезу виконана декомпозиція вихідної моделі об'єкта управління на дві підсистеми, що істотно відрізняються постійними часу. Для пошуку множини невідомих коефіцієнтів, що входять до управлінь, які необхідно знайти, застосовані генетичні алгоритми. Бібліогр.: 8

Ключові слова: оптимальні регулятори, тяговий асинхронний привід, аналітичне конструювання регуляторів за критерієм узагальненої роботи, декомпозиція моделі, генетичні алгоритми.

UDC 621.9.01

Optimal controller synthesis for diesel train method of analytical construction by the criterion of the generalized work / Dmitrienko V.D., Zapolovskyi N.I., Mezentsev N.V. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2010. – №. 31. – P. 87 – 94.

We consider the synthesis of optimal controllers for a diesel train with traction induction drive using the method of analytical construction of regulators by the criterion of the generalized work. In order to simplify the synthesis carried out decomposition of the initial model of control object into two subsystems that are substantially different time constants. To search for a set of unknown coefficients in the desired control, applied genetic algorithms. Refs.: 8

Keywords: optimal controllers, asynchronous traction drive, the analytical construction of regulators by the criterion of the generalized work, decomposition of the model, genetic algorithms.

Поступила в редакцию 10.05.2010