УДК 519.832.4

В.В. РОМАНЮК, канд. техн. наук, доц. ХНУ (г. Хмельницкий)

РАЗРЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЬ – ДОБЫЧА ДЛЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ДОБЫЧИ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕМ

Для определённого на полуоткрытом интервале параметра решена система преследователь – добыча, представленная в форме антагонистической игры, которая определяется на единичном квадрате. Для больших значений этого параметра должен быть применён разработанный программный модуль, который возвращает приближённое решение с большой точностью.

Ключевые слова: антагонистическая игра, единичный квадрат, программный модуль, приближенное решение.

Постановка проблемы и анализ источников. Имеется первая сторона, стреляющая по цели, которая маневрирует с некоторой перегрузкой y. Для стрельбы по цели используется устройство со своей перегрузкой x, которая основывается на гипотезе о передвижении цели. Пусть, нормируя эти перегрузки, они будут $x \in [0; 1]$ и $y \in [0; 1]$. Задача первой стороны, в дальнейшем называемой преследователь, состоит в поражении оппонента, в дальнейшем называемого добычей. А задача добычи – оставаться непоражённой. Это – известная антагонистическая игра [1, с. 62 – 66], в которой ядром является вероятность

$$P(x, y) = \exp\left[-\alpha (x - y)^2\right] \tag{1}$$

поражения добычи, определённая на единичном квадрате $D_P = [0; 1] \times [0; 1]$ при некотором параметре $\alpha > 0$ [2, 3]. Хотя и существует несколько определённых решений [4, 5] для этой игры, дающихся для фиксированных значений параметра α [1, с. 64 — 66], суть задачи состоит в том, чтобы разрешить эту конфликтную систему для любого $\alpha > 0$. Предстоящее решение должно содержать конкретные реальные чистые стратегии и вероятности их выбора, если только игра не решается в чистых стратегиях [6, 7].

Целью статьи является получение решения антагонистической игры с ядром (1) аналитическим путём для как можно большего диапазона параметра α, а остальная часть диапазона должна быть решена численно. Решение антагонистической игры должно быть оформлено в программном модуле для быстрого визуализированного представления оптимального поведения преследователя и добычи.

Основная часть. Целесообразно проверить, является ли изложенная игра с ядром (1) выпуклой или вогнутой. Это поможет решить её с помощью известного алгоритма для выпукло-вогнутых игр [8]. Первой производной функции (1) по переменной x является

$$\frac{\partial P(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right]\right) = -2\alpha(x-y)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] \tag{2}$$

и её второй производной является

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-2\alpha(x-y)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right]\right) = \\ = -2\alpha\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] + 4\alpha^2(x-y)^2\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] = \\ = 2\alpha\left(2\alpha(x-y)^2 - 1\right)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right]. \end{gathered} \tag{3}$$

Условие вогнутости $\frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial x^2} \leq 0$ должно быть соблюдено $\forall\ x \in [0; 1]$ и $\forall\ y \in [0; 1]$. Поскольку имеется тройное неравенство

$$0 < \exp(-\alpha) \leq \exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] \leq 1, \tag{4}$$

то неравенство

$$2\alpha\left(2\alpha(x-y)^2 - 1\right)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] \leq 0 \tag{5}$$

идентично неравенству

$$2\alpha(x-y)^2 - 1 \leq 0, \tag{6}$$

откуда, помня про очевидный множитель $(x-y)^2 \in [0; 1]$, параметр $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ определяет вогнутость антагонистической игры с ядром (1).

Продолжая, теперь выясним, является ли эта игра выпуклой или нет. Первой производной функции (1) по переменной y является

$$\frac{\partial P(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right]\right) = 2\alpha(x-y)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] \tag{7}$$

и её вторая производная

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(2\alpha(x-y)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right]\right) = \\ = -2\alpha\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] + 4\alpha^2(x-y)^2\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] = \\ = 2\alpha\left(2\alpha(x-y)^2 - 1\right)\exp\left[-\alpha(x-y)^2\right] \end{gathered} \tag{8}$$

оказывается тождественной второй производной (3) функции (1) по переменной x. Тогда условие выпуклости

$$2\alpha(x-y)^2 - 1 \geq 0 \tag{9}$$

является невыполнимым для любого $\alpha > 0$, поскольку оно нарушается уже при $x = y$.

Принимая параметр $\alpha \in \left(0;\, \dfrac{1}{2}\right]$ после соотношений (2) – (9), минимумом поверхности (1) как функции переменной y на сегменте $[0;\, 1]$ является

$$\min_{y \in [0;\, 1]} P(x,\, y) = \min_{y \in [0;\, 1]} \exp\left[-\alpha (x - y)^2\right] =$$

$$= P(x,\, 1) = \exp\left[-\alpha (x - 1)^2\right] \ \ \forall\, x \in \left[0;\, \frac{1}{2}\right] \tag{10}$$

и

$$\min_{y \in [0;\, 1]} P(x,\, y) = \min_{y \in [0;\, 1]} \exp\left[-\alpha (x - y)^2\right] =$$

$$= P(x,\, 0) = \exp\left(-\alpha x^2\right) \ \ \forall\, x \in \left[\frac{1}{2};\, 1\right]. \tag{11}$$

Оптимальное значение игры

$$v_{\text{opt}} = \max_{x \in [0;\, 1]} \min_{y \in [0;\, 1]} P(x,\, y) = \max\left\{ \max_{x \in \left[0;\, \frac{1}{2}\right]} P(x,\, 1),\ \max_{x \in \left[\frac{1}{2};\, 1\right]} P(x,\, 0) \right\} =$$

$$= \max\left\{ \max_{x \in \left[0;\, \frac{1}{2}\right]} \left(\exp\left[-\alpha (x - 1)^2\right]\right),\ \max_{x \in \left[\frac{1}{2};\, 1\right]} \left[\exp\left(-\alpha x^2\right)\right] \right\} = \tag{12}$$

$$= \exp\left(-\alpha \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)$$

достигается на оптимальной чистой стратегии $x_{\text{opt}} = \dfrac{1}{2}$ первого игрока. Существенные чистые стратегии второго игрока являются корнями стандартного уравнения

$$v_{\text{opt}} = \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) = P(x_{\text{opt}},\, y) = \exp\left[-\alpha \left(x_{\text{opt}} - y\right)^2\right] =$$

$$= P\left(\frac{1}{2},\, y\right) = \exp\left[-\alpha \left(\frac{1}{2} - y\right)^2\right]. \tag{13}$$

Далее, так как $-\dfrac{\alpha}{4} = -\dfrac{\alpha}{4} + \alpha y - \alpha y^2$ и $y(1 - y) = 0$, то корнями уравнения (13) являются $y = y_1 = 0$ и $y = y_2 = 1$.

Далее, пусть $\varphi(y)$ будет оптимальной вероятностью выбора чистой стратегии y вторым игроком. Тогда оптимальная вероятность выбора чистой стратегии $y_1 = 0$ определяется из нестрогого неравенства

$$\begin{gathered}
P(x, y_1)\varphi(y_1) + P(x, y_2)\varphi(y_2) = \\
= P(x, y_1)\varphi(y_1) + P(x, y_2)\left[1-\varphi(y_1)\right] = \\
= P(x, 0)\varphi(0) + P(x, 1)\left[1-\varphi(0)\right] = \\
= \varphi(0)\exp\left(-\alpha x^2\right) + \left[1-\varphi(0)\right]\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right] \leq \\
\leq P\left(x_{\text{opt}}, y_1\right)\varphi(y_1) + P\left(x_{\text{opt}}, y_2\right)\varphi(y_2) = \\
= P\left(x_{\text{opt}}, y_1\right)\varphi(y_1) + P\left(x_{\text{opt}}, y_2\right)\left[1-\varphi(y_1)\right] = \\
= \varphi(0)\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) + \left[1-\varphi(0)\right]\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) = \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) = v_{\text{opt}}
\end{gathered} \tag{14}$$

при $x \neq x_{\text{opt}} = \dfrac{1}{2}$, где использовано концепцию седловой точки с условием $\varphi(y_1) + \varphi(y_2) = 1$ [9]. Согласно (14) справедливо следующее неравенство

$$\varphi(0)\left(\exp\left(-\alpha x^2\right) - \exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]\right) \leq \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) - \exp\left[-\alpha(x-1)^2\right], \tag{15}$$

чьи компоненты должны быть оценены для $x \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right)$ и $x \in \left(\dfrac{1}{2}; 1\right]$ при выполнении соотношений (10), (11).

Легко видеть (рис. 1), что имеет место соотношение

$$\exp\left(-\alpha x^2\right) > \exp\left[-\alpha(x-1)^2\right] \tag{16}$$

$\forall\ x \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right)$ и это даёт

$$\varphi(0) \leq \frac{\exp\left(-\dfrac{\alpha}{4}\right) - \exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}{\exp\left(-\alpha x^2\right) - \exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}. \tag{17}$$

Отношение в правой части неравенства (17) является монотонно убывающей кривой при любых фиксированных $\alpha \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right]$ и $\forall\ x \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right)$.

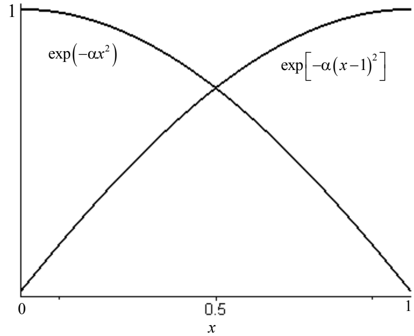


Рис. 1. Соотношение между двумя экспонентами в левой части неравенства (15)

Однако предел

$$\lim_{\substack{x\to\frac{1}{2}-\varepsilon\\ \varepsilon>0}}\left(\frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)-\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}{\exp\left(-\alpha x^2\right)-\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}\right)=$$

$$=\lim_{\substack{x\to\frac{1}{2}-\varepsilon\\ \varepsilon>0}}\left(\frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)-\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]\right)}{\frac{\partial}{\partial x}\left(\exp\left(-\alpha x^2\right)-\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]\right)}\right)=$$

$$=\lim_{\substack{x\to\frac{1}{2}-\varepsilon\\ \varepsilon>0}}\left(\frac{2\alpha(x-1)\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}{-2\alpha x\exp\left(-\alpha x^2\right)+2\alpha(x-1)\exp\left[-\alpha(x-1)^2\right]}\right)= \tag{18}$$

$$=\lim_{\substack{x\to\frac{1}{2}-\varepsilon\\ \varepsilon>0}}\left(\frac{-\alpha\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)}{-\alpha\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)-\alpha\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)}\right)=\frac{1}{2}$$

показывает, что $\forall\, x\in\left[0;\,\frac{1}{2}\right)$ оптимальная вероятность выбора чистой стратегии $y_1=0$ удовлетворяет условию

$$\varphi(0)\in\left[0;\,\frac{1}{2}\right]=\Phi_1\,. \tag{19}$$

Принимая $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$, из соотношения (15) с помощью

$$\exp\left(-\alpha x^2\right) < \exp\left[-\alpha\left(x-1\right)^2\right] \tag{20}$$

приходим к неравенству

$$\varphi\left(0\right) \geq \frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) - \exp\left[-\alpha\left(x-1\right)^2\right]}{\exp\left(-\alpha x^2\right) - \exp\left[-\alpha\left(x-1\right)^2\right]}. \tag{21}$$

Отношение в правой части неравенства (21) является монотонно убывающей кривой при любых фиксированных $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ и $\forall\, x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$. Однако предел

$$\lim_{\substack{x \to \frac{1}{2}+\varepsilon \\ \varepsilon > 0}} \left(\frac{\exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right) - \exp\left[-\alpha\left(x-1\right)^2\right]}{\exp\left(-\alpha x^2\right) - \exp\left[-\alpha\left(x-1\right)^2\right]}\right) = \frac{1}{2} \tag{22}$$

показывает, что $\forall\, x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$ оптимальная вероятность выбора чистой стратегии $y_1 = 0$ удовлетворяет условию

$$\varphi\left(0\right) \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] = \Phi_2\,. \tag{23}$$

Следовательно, оптимальной вероятностью выбора чистой стратегии $y_1 = 0$ является

$$\varphi\left(0\right) \in \Phi_1 \cap \Phi_2 = \left[0; \frac{1}{2}\right] \cap \left[\frac{1}{2}; 1\right] = \left\{\frac{1}{2}\right\}. \tag{24}$$

Значит, оптимальной вероятностью выбора чистой стратегии $y_2 = 1$ является $\varphi\left(1\right) = \frac{1}{2}$. Тогда игра с определённым на единичном квадрате $D_P = \left[0; 1\right] \times \left[0; 1\right]$ ядром (1) и параметром $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ решается с помощью единственной оптимальной чистой стратегии первого игрока $x_{\text{opt}} = \frac{1}{2}$ и единственной оптимальной смешанной стратегии второго игрока, которая состоит в равновероятном выборе двух чистых стратегий $y_1 = 0$ и $y_2 = 1$. Такая ситуация равновесия даёт оптимальное значение игры $v_{\mathrm{opt}} = \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)$. И при этой конфигурации системы преследователь – добыча вероятность поражения добычи достаточно велика, поскольку даже в наихудшем случае, то есть при $\alpha = \frac{1}{2}$, вероятность поражения равна $v_{\mathrm{opt}} = \exp\left(-\frac{1}{8}\right) \approx 0.8825$.

Однако этот параметр $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ является характеристикой высокотехнологичного оснащения преследователя. Таким образом, случай $\alpha > \frac{1}{2}$ должен быть тщательно исследован, как и предыдущий. Точных аналитических методов для решения систем преследователь – добыча такой конфигурации не известно. Поэтому для получения решения может быть применено программное обеспечение MATLAB для численных вычислений. Изображённый на рис. 2 программный модуль "ppsr" (Persecutor – Prey System Resolution) берёт единственную входную переменную α и возвращает результат как решение игры с определённым на единичном квадрате $D_P = [0; 1] \times [0; 1]$ ядром (1).

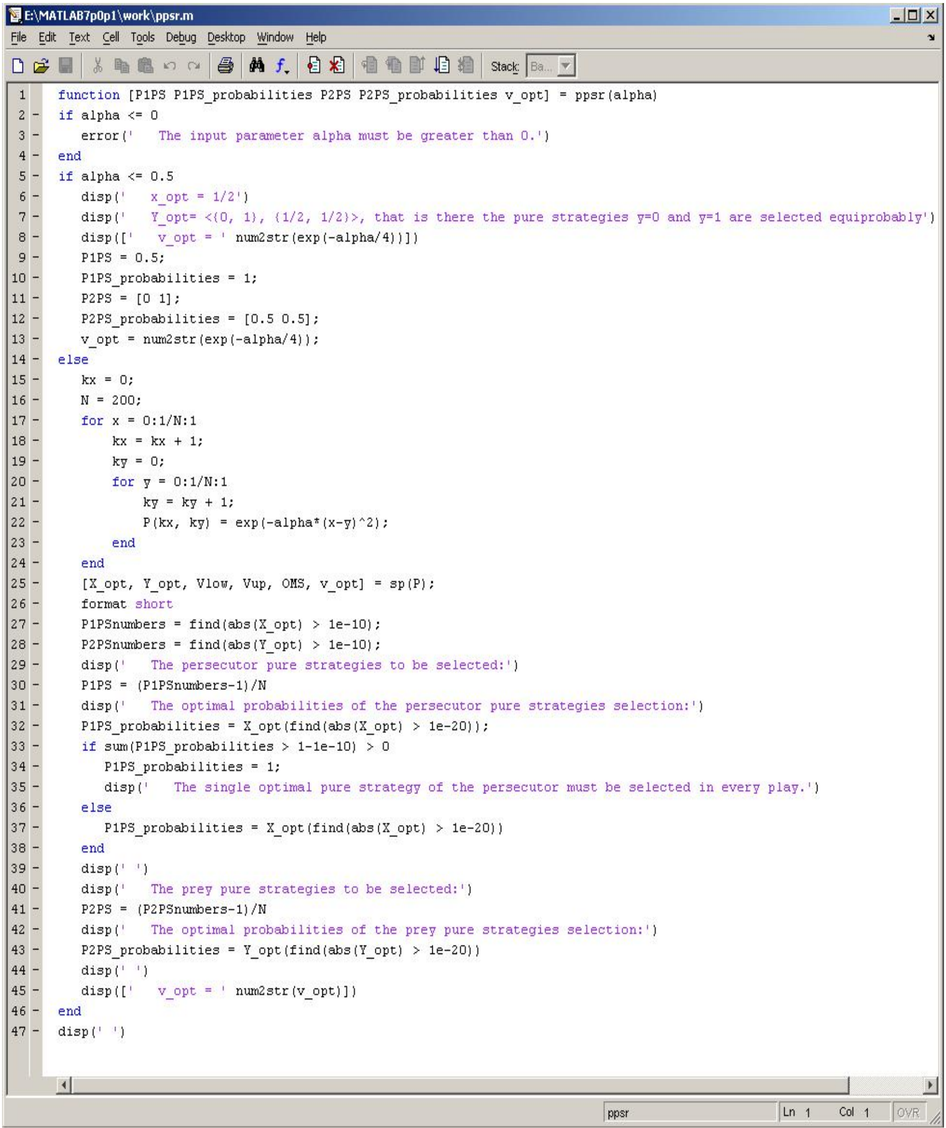
Если $\alpha = \frac{3}{4}$, то решение почти такое же, как и для случаев с $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ (рис. 3).

В принципе, проведённые исследования говорят о том, что для $\alpha \in (0; 2]$ решение остаётся примерно стабильным. Некоторое незначительное отклонение от равновероятного выбора чистых стратегий $y_1 = 0$ и $y_2 = 1$ наблюдается вследствие конечной точности вычислений, которые главным образом проходят в программном субмодуле "sp", принимающем ядро в матричной форме и возвращающем полное решение игры (рис. 4).

Тем не менее, единственная оптимальная чистая стратегия преследователя $x_{\mathrm{opt}} = \frac{1}{2}$ определённо остаётся для $\alpha \in (0; 2]$. И лишь при $\alpha > 2$ количество чистых стратегий игроков, выбираемых с ненулевыми оптимальными вероятностями, начинает возрастать (табл.).

Изложенные выше результаты показывают, что при $\alpha = 3$ у преследователя появляются две чистые стратегии $x_1 = 0.03$ и $x_2 = 0.97$ с равновероятным выбором. При $\alpha = 4$ уже оба игрока обладают тремя чистыми стратегиями для их вероятностного выбора (рис. 5). Симметризация трёх чистых стратегий и вероятностей их выбора при $\alpha = 8$ позволяет реализовывать их сравнительно легко, подобно случаям с $\alpha = 3$ или $\alpha = 4$. Однако появление пяти чистых стратегий для их вероятностного выбора при

$\alpha = 11$, и, сверх того, симметризация шести чистых стратегий для их вероятностного выбора при $\alpha = 20$, а также появление семи чистых стратегий для их вероятностного выбора при $\alpha = 28$, ставят более сложную задачу их практической реализации.




```
function [P1PS P1PS_probabilities P2PS P2PS_probabilities v_opt] = ppsr(alpha)
if alpha <= 0
   error('  The input parameter alpha must be greater than 0.')
end
if alpha <= 0.5
   disp('   x_opt = 1/2')
   disp('   Y_opt= <(0, 1), (1/2, 1/2)>, that is there the pure strategies y=0 and y=1 are selected equiprobably')
   disp(['    v_opt = ' num2str(exp(-alpha/4))])
   P1PS = 0.5;
   P1PS_probabilities = 1;
   P2PS = [0 1];
   P2PS_probabilities = [0.5 0.5];
   v_opt = num2str(exp(-alpha/4));
else
   kx = 0;
   N = 200;
   for x = 0:1/N:1
       kx = kx + 1;
       ky = 0;
       for y = 0:1/N:1
           ky = ky + 1;
           P(kx, ky) = exp(-alpha*(x-y)^2);
       end
   end
   [X_opt, Y_opt, Vlow, Vup, OMS, v_opt] = sp(P);
   format short
   P1PSnumbers = find(abs(X_opt) > 1e-10);
   P2PSnumbers = find(abs(Y_opt) > 1e-10);
   disp('   The persecutor pure strategies to be selected:')
   P1PS = (P1PSnumbers-1)/N
   disp('   The optimal probabilities of the persecutor pure strategies selection:')
   P1PS_probabilities = X_opt(find(abs(X_opt) > 1e-20));
   if sum(P1PS_probabilities > 1-1e-10) > 0
      P1PS_probabilities = 1;
      disp('   The single optimal pure strategy of the persecutor must be selected in every play.')
   else
      P1PS_probabilities = X_opt(find(abs(X_opt) > 1e-20))
   end
   disp(' ')
   disp('   The prey pure strategies to be selected:')
   P2PS = (P2PSnumbers-1)/N
   disp('   The optimal probabilities of the prey pure strategies selection:')
   P2PS_probabilities = Y_opt(find(abs(Y_opt) > 1e-20))
   disp(' ')
   disp(['   v_opt = ' num2str(v_opt)])
end
disp(' ')
```

Рис. 2. Код программного модуля "ppsr" в MATLAB M-file Editor

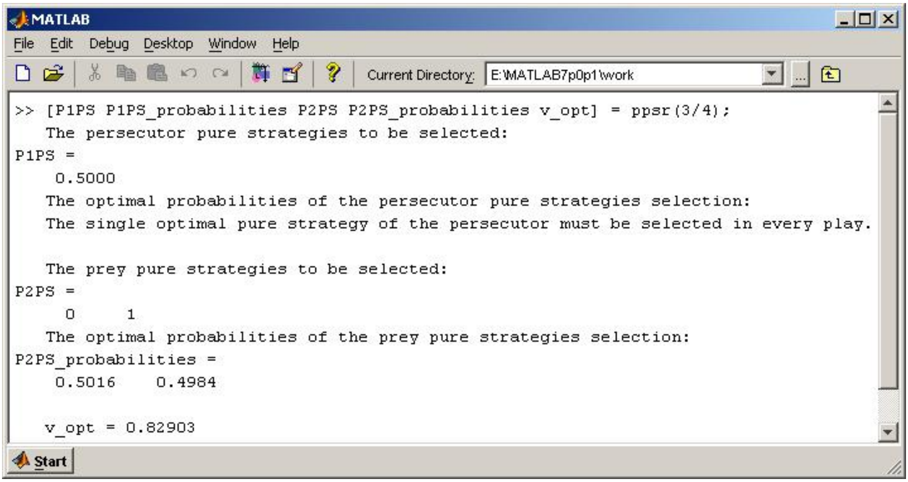


Рис. 3. Решение системы преследователь – добыча для $\alpha = 0.75$

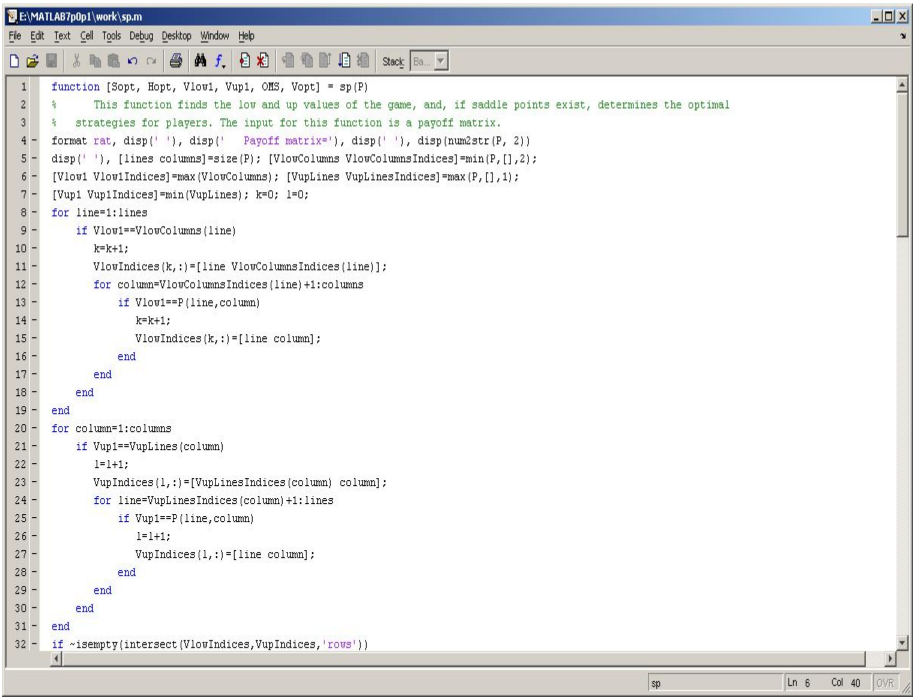


Рис. 4. Код программного субмодуля “sp” в MATLAB M-file Editor

Таблица

Некоторые из возвращённых результатов модуля "ppsr" как решение рассматриваемой игры при фиксированном параметре α

Параметр α	Выбираемые преследователем чистые стратегии	Оптимальные вероятности выбора чистых стратегий преследователя	Выбираемые добычей чистые стратегии	Оптимальные вероятности выбора чистых стратегий добычи	Оптимальное значение игры
$\alpha = 3$	0.0700 0.9300	0.5000 0.5000	0 1.0000	0.5000 0.5000	0.53004
$\alpha = 4$	0.0850 0.9100 0.9150	0.4997 0.1266 0.3737	0 0.5000 1.0000	0.4444 0.1111 0.4444	0.50319
$\alpha = 8$	0.1350 0.5000 0.8650	0.4534 0.0933 0.4534	0 0.5000 1.0000	0.3437 0.3126 0.3437	0.40561
$\alpha = 11$	0.0550 0.0600 0.5000 0.9400 0.9450	0.2509 0.1080 0.2822 0.1080 0.2509	0 0.4300 0.4350 0.5650 1.0000	0.3312 0.0204 0.1477 0.1696 0.3312	0.36454
$\alpha = 20$	0.0500 0.0550 0.3650 0.6350 0.9450 0.9500	0.2877 0.0066 0.2057 0.2057 0.0066 0.2877	0 0.3400 0.3450 0.6550 0.6600 1.0000	0.2631 0.2118 0.0251 0.0251 0.2118 0.2631	0.29424
$\alpha = 28$	0.0550 0.0600 0.3450 0.5000 0.6550 0.9400 0.9450	0.1637 0.1130 0.1933 0.0600 0.1933 0.1130 0.1637	0 0.2650 0.2700 0.5000 0.7300 0.7350 1.0000	0.2243 0.0794 0.1083 0.1761 0.1083 0.0794 0.2243	0.25955

Нужно подчеркнуть, что системы преследователь – добыча с оптимальной вероятностью $v_{\text{opt}} < \dfrac{1}{2}$ поражения добычи выходят за пределы практических интересов. Поэтому случай на рис. 5 считается примерно наихудшим, где оба конкурента должны выбирать по три чистых стратегии с соответствующими оптимальными вероятностями.

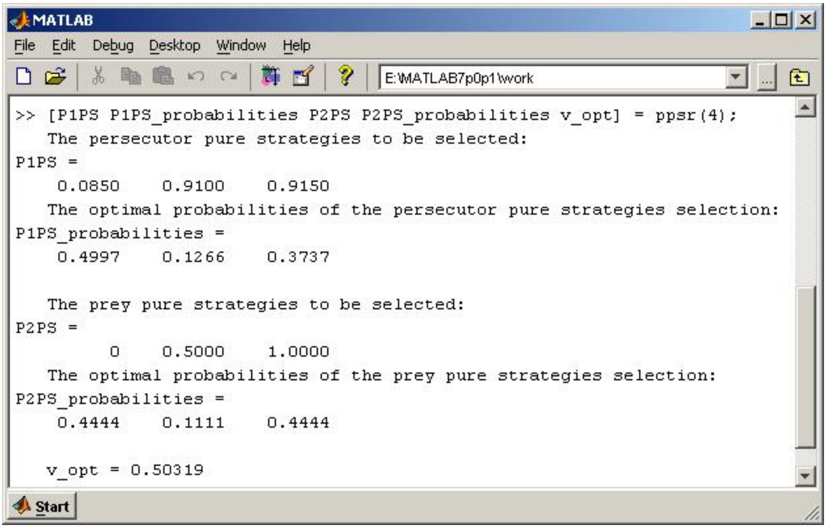


Рис. 5. При $\alpha = 4$ оба игрока имеют по три чистые стратегии для их вероятностного выбора

Выводы. Метод решения системы преследователь – добыча для экспоненциальной вероятности (1) поражения добычи преследователем зависит от положительного параметра α. Для $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$ решением является единственная оптимальная стратегия первого игрока $x_{\text{opt}} = \frac{1}{2}$ и единственная оптимальная смешанная стратегия второго игрока, которая состоит в равновероятном выборе двух чистых стратегий $y_1 = 0$ и $y_2 = 1$. Это решение даёт оптимальную вероятность $v_{\text{opt}} = \exp\left(-\frac{\alpha}{4}\right)$ поражения добычи. Для $\alpha > \frac{1}{2}$ может быть применён разработанный в MATLAB программный модуль "ppsr", возвращающий приблизительное решение [10, 11] с большой точностью.

Список литературы: **1.** *Вентцель Е. С.* Элементы теории игр: Вып. 32. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. – 67 с. – (Серия: Популярные лекции по математике). **2.** *Воронин А.А., Губко М.В., Мишин С.П., Новиков Д.А.* Математические модели организаций. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 360 с. **3.** *Охорзин В.А.* Оптимизация экономических систем. Примеры и алгоритмы в среде Mathcad: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 144 с. **4.** *Дьяконов В.П.* Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с. – (Серия "Библиотека профессионала"). **5.** *Штовба С.Д.* Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с. **6.** Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / *Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина*. – М.: Высшая школа, Книжный дом "Университет", 1998. – 304 с. **7.** *Дьяконов В., Круглов В.* Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 480 с. **8.** *Romanuke V.V.* The nine solution forms of a continuous strictly convex-concave antagonistic game // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. – 2008. – № 5. – Т. 3. – С. 30 – 37. **9.** *Романюк В. В.* Чотири опорних співвідношення для чотирьох видів розв’язку однієї строго випуклої неперервної антагоністичної гри // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2008. – № 1. – С. 169 – 174. **10.** *Романюк В.В.* Моделювання реалізації оптимальних змішаних стратегій в антагоністичній грі з двома чистими стратегіями в кожного з гравців // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2007. – № 3. – С. 74 – 77. **11.** *Романюк В.В.* Тактика перебору чистих стратегій як теоретичне підґрунтя для дослідження ефективності різних способів реалізації оптимальних змішаних стратегій // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 3. – С. 61 – 68.

УДК 519.832.4

Розрішення системи переслідувач – здобич для експоненціальної імовірності ураження здобичі переслідувачем / Романюк В.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – № 13. – С. 138 – 149.

Для визначеного на напіввідкритому інтервалі параметру розв’язано систему переслідувач – здобич, представлену у формі антагоністичної гри, яка визначається на одиничному квадраті. Для більших значень цього параметру має бути застосовано розроблений програмний модуль, який повертає наближений розв’язок з великою точністю. Іл.: 5. Табл.: 1. Бібліогр.: 11 назв.

Ключові слова: антагоністична гра, одиничний квадрат, програмний модуль, наближений розв’язок.

UDC 519.832.4

Persecutor – prey system resolution for the persecutor exponential probability of striking the prey / Romanuke V.V. // Herald of the National Techical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2009. – №. 13. – P. 138 – 149.

For the determined half-open interval parameter there has been solved the persecutor – prey system, stated as the antagonistic game, being defined on the unit square. For the greater values of this parameter there should be applied the elaborated program module, returning the approximate solution with the high accuracy. Figs.: 5. Tabl. 1. Refs.: 11 titles.

Key words: antagonistic game, unit square, program module, approximate solution.

Поступила в редакцию 18.03.2009