

К.В. ЗАЩОЛКІН, канд. техн. наук, ОНПУ (м. Одеса)

РОЗВИТОК МЕТОДА КВАДРАТИЧНОГО КОДУВАННЯ СТАНІВ ЦИФРОВОГО АВТОМАТА

Виконано дослідження факторів, які негативно впливають на ефективність методу квадратичного кодування станів цифрового автомата. Запропонований подальший розвиток даного методу, спрямований на зменшення впливу цих факторів. Розроблені модифікації методу квадратичного кодування, засновані на використанні методів Монте-Карло, обмеженого пошуку в ширину та на введенні штучної надмірності в розмірність кодових комбінацій. Наведені результати експериментів, які підтверджують ефективність зазначених модифікацій.

Ключові слова: квадратичне кодування, цифровий автомат, метод Монте-Карло, пошук в ширину, надмірність.

Постановка проблеми. Цифрова обчислювальна система у загальному випадку являє собою сукупність трьох компонентів: множини обчислювачів, множини елементів пам'яті, пристрою керування обчислювальним процесом (цифрового керуючого пристрою, ЦКП). Математичною моделлю ЦКП, що застосовується при його проектуванні являється цифровий автомат (ЦА). Важливим етапом структурного синтезу ЦКП є кодування внутрішніх станів відповідного цифрового автомата. Ефективність такого кодування значною мірою впливає на складність апаратної реалізації ЦКП. Тому дослідження методів оптимального кодування станів з метою поліпшення їх результатів є вельми актуальною проблемою теорії проектування ЦКП.

Аналіз літератури. Існує кілька груп методів вирішення завдання оптимального кодування станів автомата: методи, засновані на теорії розбивок [1, 2], квадратичне (кубічне) кодування [3, 4], кодування, спрямоване на зменшення залежності функцій переходів від змінних в зворотних зв'язках автомата [5]. Більшість із цих методів є неточними (приблизними) в силу великої обчислювальної складності точних методів. Одним з приблизних методів оптимального кодування, що найбільш часто використовується на практиці, є евристичний метод (ЕМ) квадратичного кодування.

Завдання квадратичного кодування полягає в мінімізації цільової функції [6]:

$$W = \sum_{k=1}^p |Ka_i, Ka_j|_k$$
, де $|Ka_i, Ka_j|_k$ – метрика Хеммінгу між кодами станів k -го переходу, p – кількість переходів між станами ЦА. Ефективність квадратичного кодування чисельно оцінюють коефіцієнтом ефективності $k_{\text{эф}} = W/p$. Евристичний метод квадратичного кодування дозволяє значно скоротити пошук за рахунок вибору з множини кодових комбінацій (КК) підмножини "бажаних КК" (ПБКК) та зведе процес мінімізації функції W до мінімізації оцінних функцій φ_i , які обчислюються на кожному кроці. При

цьому, на кожному кроці ЕМ виконується кодування чергового стану, для цього формується ПБКК, із якого вибирається “найкраща” КК, така, для якої φ_i має найменше значення.

Мета статті – визначити фактори, які знижують ефективність методу квадратичного кодування станів цифрових автоматів; виконати розвиток цього методу шляхом зменшення впливу зазначених факторів.

Фактори, що знижують ефективність квадратичного кодування. Було проведено дослідження ЕМ, в результаті чого виявлено два фактори, що знижують його ефективність.

Фактор 1. Оцінна функція φ_i на деяких кроках методу може приймати мінімальне значення для декількох КК з ПБКК. Для такого випадку ЕМ не передбачає ніякого конструктивного критерію вибору найкращої КК. Виникнення подібних ситуацій знижує ефективність ЕМ через те, що вибір різних КК із рівними φ_i істотно впливає на значення функції W .

Фактор 2. Для виявлення другого фактора, проведено експериментальне дослідження залежності k_{Φ} традиційного ЕМ від кількості станів (D). Розмірність T КК є деякою функцією $T = f(D)$. Кількість можливих КК розмірності T дорівнює $t = 2^T = 2^{f(D)}$. Свободою кодування буде називатися відношення кількості можливих КК до кількості станів автомата, які потрібно закодувати: $F(D) = t/D = 2^T/D = 2^{f(D)}/D$. Лівою околицею точки x_0 буде називатися інтервал $(x_0 - \varepsilon, x_0]$, при $\varepsilon > 0$ ($\varepsilon, x_0 \in \mathbb{N}$).

Був проведений аналіз функції $F(D)$ та її зіставлення з поведінкою функції $k_{\Phi}(D)$. У результаті цього, другим фактором, що знижує ефективність квадратичного кодування, була визначена низька свобода кодування при D , що приймає значення з лівої околиці цілого ступеня двійки.

Зменшення впливу першого фактора

З метою зменшення негативного впливу першого фактора в роботі запропоновано чотири модифікації ЕМ (ЕМ1 – ЕМ4). Нехай $K = \{K_1, \dots, K_i\}$ – множина усіляких КК розмірності T ; $A = \{a_1, \dots, a_D\}$ – множина станів автомата, які потрібно закодувати; $t = 2^T$, $D \leq t$. Задача ЕМ полягає у однозначному зіставленні $L_K: A \rightarrow KA$, множині A множини кодів станів $KA = \{ka_i \mid ka_i \in K\}$. На нульовому кроці традиційного ЕМ кодуються одразу два стани, обрані за визначеними правилами. На i -му кроці ЕМ кодується черговий незакодований раніше стан a^H . Для цього за правилами ЕМ з множини ще незакодованих КК $K^{H3} \subset K$ вибирається ПБКК $K^{\mathcal{J}} \subseteq K^{H3}$. Для всіх КК, що входять до $K^{\mathcal{J}} = \{K_1^{\mathcal{J}}, K_2^{\mathcal{J}}, \dots, K_p^{\mathcal{J}}\}$ за правилами ЕМ, підраховуються значення оцінних функцій $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p\}$. Після цього, за наступним правилом, виконується кодування стану a^H :

$$\text{якщо } \varphi_j = \min(\Phi), \text{ то } L_K(a^H) = K_j^{\mathcal{J}}.$$

ЕМ передбачає, що у випадку, якщо мінімальне значення мають оцінні функції для декількох КК із $K^{\mathcal{K}}$ (надалі цей випадок буде називатися "спеціальною ситуацією"), то для кодування на поточному кроці необхідно вибрати першу з цих КК. Тобто, правило кодування для "спеціальної ситуації" має такий вигляд:

$$\text{якщо } \varphi_{a_1}^i = \varphi_{a_2}^i = \dots = \varphi_{a_k}^i = \min(\Phi), \text{ то } L_K(a^H) = K_{a_1}^{\mathcal{K}}. \quad (1)$$

Модифікація 1 (ЕМ1). Пропонується вирішення задачі розвитку ЕМ шляхом використання методу Монте-Карло, аналогічно тому, як це робиться для рішення задачі комівояжера. Виконується традиційний ЕМ, для якого правило розв'язання "спеціальної ситуації" (1) формулюється в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \text{якщо } \varphi_{a_1}^i = \varphi_{a_2}^i = \dots = \varphi_{a_k}^i = \min(\Phi), \\ \text{то } L_K(a^H) = \text{random}(K_{a_1}^{\mathcal{K}}, K_{a_2}^{\mathcal{K}}, \dots, K_{a_k}^{\mathcal{K}}). \end{aligned} \quad (2)$$

Це означає, що якщо на i -му кроці ЕМ, виникає "спеціальна ситуація", тобто мінімум на множині Φ міститься в декількох її елементах, то випадковим образом вибирається одна із КК, що відповідає цим мінімумам. Після завершення кодування, підраховується значення k_{Φ} . Результати кодування запам'ятовуються у вигляді двох елементів: значення k_{Φ} та множина кодів KA . Процедура кодування повторюється задане число раз N . Якщо знову отримані, на черговому кроці, результати кодування KA мають менший k_{Φ} , то вони запам'ятовуються замість попередніх результатів.

Модифікація 2 (ЕМ2). Пропонується вирішення задачі розвитку ЕМ шляхом використання методу обмеженого пошуку в ширину [7, 8]. Задається параметр пошуку – ціле число $R = 0, \dots, (D-2)$. Виконується традиційний ЕМ, для якого правило розв'язання "спеціальної ситуації" формулюється в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \text{якщо } 0 < i \leq R, \text{ то виконати правило (4),} \\ \text{інакше виконати правило (1),} \end{aligned} \quad (3)$$

де i – номер кроку кодування – ціле число від 1 до $D - 2$; R – глибина обмеження пошуку, ціле число від 0 до $D - 2$. Правило (4) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \text{якщо } \varphi_{a_1}^i = \varphi_{a_2}^i = \dots = \varphi_{a_k}^i = \min(\Phi), \\ \text{то } L_K^1(a^H) = K_{a_1}^{\mathcal{K}}, L_K^2(a^H) = K_{a_2}^{\mathcal{K}}, \dots, L_K^k(a^H) = K_{a_k}^{\mathcal{K}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Правило (4) означає, що якщо на i -му кроці ЕМ виникає "спеціальна ситуація" $\varphi_{a_1}^i = \varphi_{a_2}^i = \dots = \varphi_{a_k}^i = \min(\Phi)$, то формується стільки варіантів процедури кодування стану a^H , скільки є мінімальних значень у множині Φ . Подальші кроки виконуються з урахуванням всіх отриманих на даному кроці варіантів кодування. Правило (3) означає, що правило (4) застосовується для

розв'язання "спеціальної ситуації" тільки на обмеженій кількості початкових кроків.

Така процедура призводить до одержання дерева рішень. Гілкам цього дерева на кожному кроці присвоюються КК з множини $\{K_{a_1}^{\mathcal{K}}, K_{a_2}^{\mathcal{K}}, \dots, K_{a_k}^{\mathcal{K}}\}$.

Альтернативні множини результатів кодування KA_1, KA_2, \dots, KA_h отримуються як послідовності КК, що зустрічаються на шляху від кореня до кожної з кінцевих вершин дерева. Для кожної з множин KA_1, KA_2, \dots, KA_h підраховується $k_{\text{эф}}$. У якості остаточного результату кодування, обирається будь-яка множина KA_i , що має найменший $k_{\text{эф}}$.

Модифікація 3 (EM3). Запропоновано подальший розвиток EM на основі спільного застосування EM1 та EM2. До ЦА застосовується EM2, результатом цього є множина кодів KA_{\min} , яка складається з двох непересічних підмножин $KA_{\min} = KA_4 \cup KA_1$, де KA_4 і KA_1 – підмножини КК отриманих за правилами (4) та (1), що входить до EM2, відповідно. Задається параметр N і до станів, що кодуються на лінійному ланцюжку вершин дерева рішень, підмножиною кодів KA_1 застосовується EM1.

Модифікація 4 (EM4). Запропоновано подальший розвиток EM за рахунок модифікації EM3. При виконанні EM3 обирається будь-яка підмножина KA , що має найменше значення $k_{\text{эф}}$. Якщо таких підмножин декілька, то до кожної з них можна застосувати етапи EM3 і вибрати кращий результат. Для керування процесом кодування пропонується параметр $1 \leq H \leq u$, що визначає кількість підмножин KA , до яких застосовується EM4.

Зменшення впливу другого фактора. З метою зменшення негативного впливу другого фактора, запропонована п'ята модифікація EM (EM5). Завдання усунення впливу другого фактора може бути вирішено шляхом штучного збільшення розмірності КК. Таке збільшення розмірності КК на одиницю призводить до: збільшення простору рішень задачі кодування (множини можливих КК) у два рази; збільшення пам'яті автомата на один елемент та можливо додатковим витратам апаратури. Перший із зазначених наслідків, збільшення розмірності КК, може послужити поліпшенню результатів кодування, а отже зменшенню апаратних витрат на реалізацію ЦА. Другий наслідок призводить до безумовного збільшення апаратних витрат. Рішення задачі кодування при цьому полягає в знаходженні компромісу між результатами даних двох наслідків введення штучної надмірності в розмірності КК.

Модифікація 5 (EM5) полягає в наступному. Виконується кодування одним з EM – (EM, ..., EM4). Результатом кодування є три компоненти: KA – множина кодів станів; $k_{\text{эф}}$; ціна за Квайном C для системи булевих рівнянь, що реалізують функції збудження елементів пам'яті ЦА. Задається C_{Π} – ціна за Квайном елемента пам'яті та $E \in [0, 1]$ – дійсний параметр, що визначає поріг кількості станів, починаючи з якого свобода кодування вважається "недостатньою" для ефективного кодування. Зазначений поріг обчислюється за формулою:

$$\Pi = \text{OK}^{\rightarrow}(D) - \{[\text{OK}^{\leftarrow}(D)] \cdot E + 1\},$$

де $\text{OK}^{\rightarrow}(D)$ та $\text{OK}^{\leftarrow}(D)$ – операції округлення, результат яких дорівнює найближчому більшому та меншому числу, відповідно, що є цілим ступенем двійки (операнд кратний числу, яке є цілим ступенем двійки, не округляється); $\{\}$ – операція традиційного арифметичного округлення.

Якщо $D < \Pi$, то кодування припиняється і як остаточний результат приймається отримана множина кодів, тому що для даного D , при заданому порозі, вважається, що свобода кодування має "достатню" величину і її збільшення не приведе до підвищення ефективності кодування. Інакше у КК вноситься надмірність, шляхом збільшення їх розмірності на один розряд і процедура кодування повторюється. Якщо сума знов отриманої ціни C та ціни C_{Π} менша за ціну отриману до внесення надмірності, то збільшення свободи кодування дало позитивний результат і робиться спроба подальшого її збільшення.

Експеримент. Були проведені експерименти над програмними реалізаціями запропонованих модифікацій ЕМ і виконані зіставлення отриманих результатів з результатами традиційного квадратичного кодування. Експерименти полягали в кодуванні автоматів, що розрізняються: числом станів, видами графів, призначенням. Експерименти показали доцільність застосування запропонованих модифікацій в процесі синтезу ЦКП. Узагальнені результати експериментів, які показують зменшення апаратних витрат на реалізацію функцій збудження елементів пам'яті ЦКП, наведені в таблиці.

Таблиця

Узагальнені результати експериментів над ЕМ1 – ЕМ5

Модифікація	Зменшення апаратних витрат, %
ЕМ1	0,2 ... 2,5
ЕМ2	2,0 ... 6,8
ЕМ3	2,2 ... 7,3
ЕМ4	2,2 ... 7,7
ЕМ5	2,2 ... 9,1

Висновки. В результаті дослідження можливостей мінімізації апаратної реалізації ЦКП за рахунок використання методів оптимального кодування внутрішніх станів встановлені фактори, які знижують ефективність традиційних методів квадратичного кодування. Було запропоновано ряд модифікацій методу квадратичного кодування станів, які усувають вплив цих факторів, що дозволило зменшити обсяг апаратних витрат на реалізацію функцій збудження елементів пам'яті ЦКП.

Список літератури: 1. *Островский В.И., Шуман В.З.* Алгоритм кодирования внутренних состояний частичных автоматов // Автоматика и вычислительная техника. – 1976. – №1. – С. 1 – 7. 2. *Villa T., Kam T., Brayton R.K.* Synthesis of finite state machines: logic optimization. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 422 p. 3. *Мороз Д.З.* Об одном алгоритме кодирования состояний автомата // Автоматика и вычислительная техника. – 1970. – №4. – С. 21 – 24. 4. *Potosin Y.V.*

"Assembling" a Boolean hypercube: an approach to state assignment of finite state machines / Proc. of the Second International Conference on Computer-Aided Design of Discrete Devices (CAD-DD-97). – Minsk, Belarus, 1997. – Vol. 1. – P. 54 – 59. **5. Saucier G.** State assignment of asynchronous sequential machines using graph techniques // IEEE Trans. on Computers. – 1979. – Vol. 21. – P. 282 – 288. **6. Du X., Hachtel G., Lin B.** MUSE: a multileveled symbolic encoding algorithm for state assignment // IEEE Transaction on CAD. – 1999. – Vol. 10. – P. 28 – 38. **7. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М.** Генетические алгоритмы. – 2-е издание. – М.: Физматлит, 2006. – 320 с. **8. Овчинников В.А.** Алгоритмизация комбинаторно-оптимизационных задач при проектировании ЭВМ и систем. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. – 288 с.

УДК 004.312.4:519.713.1

Развитие метода квадратичного кодирования состояний цифрового автомата / Защелкин К.В. // Вестник НТУ "ХПИ". Тематический выпуск: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – № 49. – С. 72 – 77.

Выполнено исследование факторов, которые негативно влияют на эффективность метода квадратичного кодирования состояний цифрового автомата. Предложено дальнейшее развитие данного метода, направленное на уменьшение влияния этих факторов. Разработаны модификации метода квадратичного кодирования, основанные на использовании методов Монте-Карло, ограниченного поиска в ширину и на введении искусственной избыточности в размерность кодовых комбинаций. Приведены результаты экспериментов, которые подтверждают эффективность данных модификаций. Табл. 1. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: квадратичное кодирование, цифровой автомат, метод Монте-Карло, поиск в ширину, избыточность.

UDC 004.312.4:519.713.1

Elaboration of a method square coding of conditions of the digital automatic device / Zashcholkina K.V. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2008. – №. 49. – P. 72 – 77.

Research of factors which negatively influence efficiency of a method of square coding conditions of the digital automatic device is executed. The further development of the given method directed on reduction of influence of these factors is offered. Updatings a method of the square coding, based on use of methods of Monte-Carlo, the limited search at width and on introduction of artificial redundancy in dimension of code combinations are developed. Results of experiments which confirm efficiency of the given updating are resulted. Tabl.: 1. Refs: 8 titles.

Key words: square coding, digital control device, method of Monte-Carlo, search at width, redundancy.

.Поступила в редакцию 12.10.2008