

---

УДК 539.3

Веретельник Ю.В.

**К ВОПРОСУ О КРИТЕРИЯХ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГИХ ТЕЛ  
С СИСТЕМОЙ РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРЕЗОВ**

**Введение.** Большое количество элементов машин, сооружений, аппаратов, приспособлений имеют систему регулярных вырезов. В основном это вызвано необходимостью выполнения тех или иных функций: просеивание сыпучего материала (например, решетки вибрационных машин для выбивки земляного кома с отливкой); калибровка и сортировка объектов разной формы и размеров (например, решетки для просеивания зерна); базирование обрабатываемых деталей (например, базовые плиты станочных приспособлений); обеспечение генерации нового материала и соединения его с

другими элементами для образования монолитного блока (например, решетки на моторных отделениях боевых бронированных машин); разделение отсеков емкостей с возможностью перетока жидкости (например, перегородки цистерн аэродромных топливозаправщиков) и т. д.

Кроме специфики конструктивного исполнения, эти объекты характеризуются также следующими характерными свойствами:

1. *Критериальные особенности*: как правило, к данным элементам механических систем при их проектировании (исходя из условий эксплуатации) предъявляются жесткие требования только по одному критерию (или их немногочисленной группе), тогда как остальные характеристики либо обеспечены заранее, либо второстепенны (например, для базовых плит технологических систем первостепенное значение имеет высокая жесткость, которая напрямую влияет на точность обработки базируемых и обрабатываемых деталей, в то время как их прочность обеспечивается значительной толщиной и механическими свойствами материала);

2. *Интегральный характер ограничений*: в основном от проектируемого элемента машины или другого объекта требуется удовлетворение некоторого интегрального ограничения без необходимости обеспечения требований к локальным особенностям распределения переменных состояния (например, для решеток выбивных машин важно, чтобы низшая собственная частота колебаний была выше диапазона частот сил, вынуждающих ее колебания, а особенности собственных форм колебаний не представляют особого интереса);

3. *Доминирование отдельных компонент напряженно-деформированного состояния (НДС)*: особенностью напряженно-деформированного состояния зачастую является либо его естественное разделение (как при разделении изгиба и плоского напряженно-деформированного состояния для пластин или изгиба, кручения и растяжения – сжатия стержней) при доминировании одного из компонент внешних нагрузок, вызывающего данную компоненту напряженно-деформированного состояния, либо обнаружение этой особенности при анализе решения задачи (например, при расчете жесткости переборок в цистерне топливозаправщика преобладающими являются усилия, действующие по нормали к ним, и, соответственно, из напряженно-деформированного состояния можно выделить доминирующую компоненту, определяемую уравнениями изгиба пластины, в то время как уровень мембранных напряжений намного ниже).

Отмеченные факторы при разработке численных моделей для определения НДС, динамики, устойчивости тел с регулярной системой вырезов приводит к тому, что прямое применение, например, технологии конечно-элементного моделирования порождает гигантские по размерам дискретные модели, явно избыточные для получения нужной в том или ином конкретном случае характеристики. Поскольку в процессе синтеза конструкций требуется проведение многовариантных решений задач анализа, то, соответственно, непомерно возрастает длительность и стоимость проектных исследований без существенного уточнения конечного результата. Зачастую размер генерируемой модели может даже препятствовать решению одиной задачи анализа (при отсутствии у исследователей достаточных вычислительных ресурсов).

Таким образом, возникает противоречие между традиционными технологиями решения задач механики с применением численных методов, с одной стороны, и особенностями исследуемых объектов – элементов машин с системой регулярных вырезов (ТРСВ) – с другой. В связи с этим в статье [1] был предложен новый подход к численному моделированию физико-механических процессов и состояний ТРСВ, который состоит в дифференцированном подходе к различным составляющим напряженно-

деформированного состояния при дискретизации задачи на основе так называемых «парциальных» критериев точности решения. Целью этой статьи является иллюстрация предложенного подхода на конкретных примерах.

**1. Описание объекта исследований.** Исследуется характерный объект с большим комплектом регулярных вырезов. (рис. 1). Основные параметры:  $a$  – длина ребра квадратного регулярного фрагмента,  $d$  – диаметр отверстия.

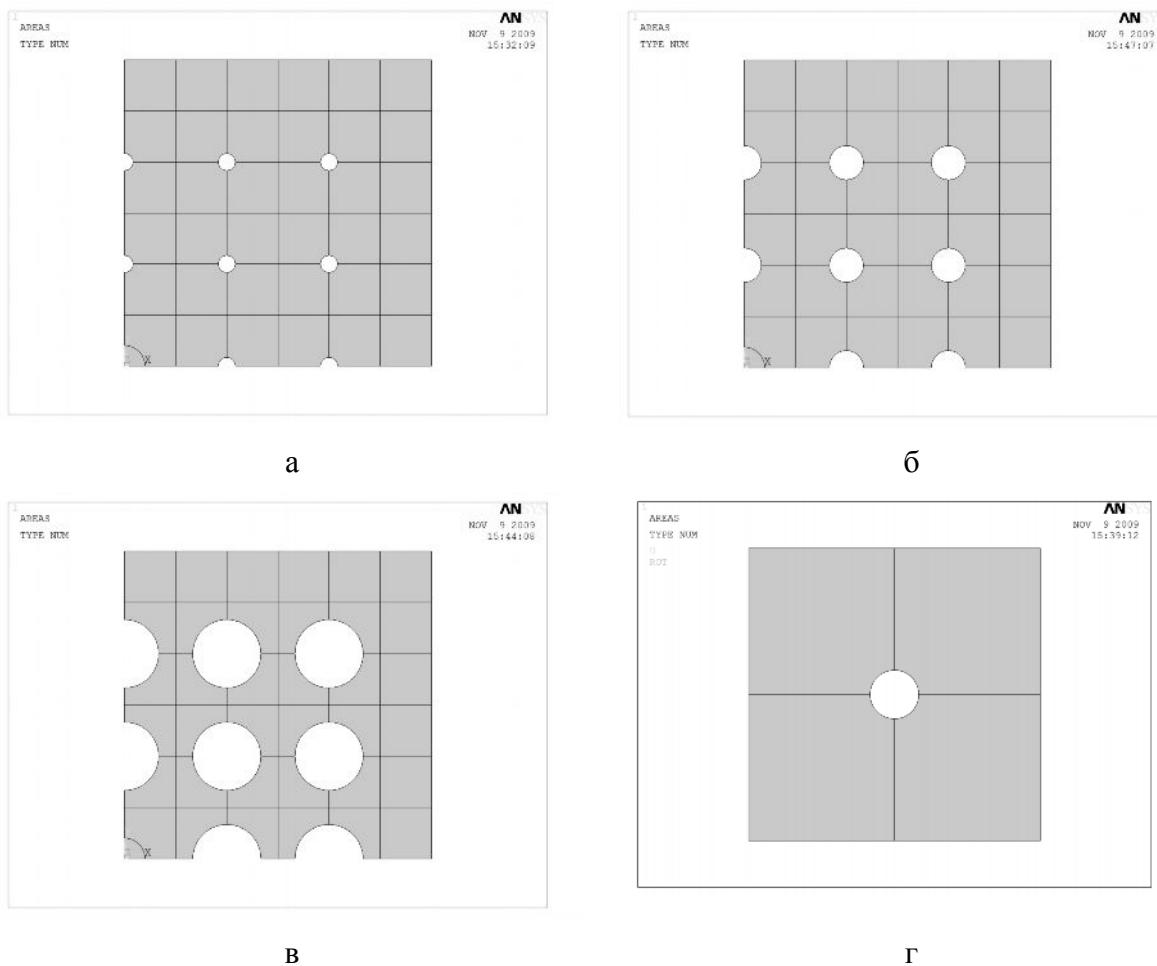


Рисунок 1 – Исследуемый объект и его регулярный фрагмент. Диаметр отверстий: а – 5 мм, б – 15 мм, в – 20 мм; г – регулярный фрагмент

**2. Контролируемые характеристики точности параметров напряженно-деформированного состояния.** В процессе исследований используется следующий безразмерный геометрический параметр

$$\alpha = d/a, \alpha \in [0;1[ \quad (1)$$

Для описания конечно-элементной сетки принят параметр

$$\beta = \Delta/a, \beta \in ]0;1[ , \quad (2)$$

где  $\Delta$  – наибольший размер конечного элемента.

Для контроля изменения характеристики напряженно-деформированного состояния при варьировании  $\alpha$ ,  $\beta$  используются следующие парциальные критерии:

$$\gamma_1 = \left| \frac{w_N(\alpha, \beta) - w^*}{w^*} \right|, \delta_1 = \ln \gamma_1, \quad (3)$$

$$\gamma_2 = \left| \frac{u_N(\alpha, \beta) - u^*}{u^*} \right|, \delta_2 = \ln \gamma_2, \quad (4)$$

$$\gamma_3 = \left| \frac{\sigma_N(w, \alpha, \beta) - \sigma^*(w)}{\sigma^*(w)} \right|, \delta_3 = \ln \gamma_3, \quad (5)$$

$$\gamma_4 = \left| \frac{\sigma_N(u, \alpha, \beta) - \sigma^*(u)}{\sigma^*(u)} \right|, \delta_4 = \ln \gamma_4. \quad (6)$$

где  $u$ ,  $w$  – тангенциальная и нормальная компоненты перемещения точек пластины;  $\sigma^*(u)$  – изгибные и мембранные напряжения в пластине, индекс « $N$ » относится к результатам численного моделирования, полученным при текущих значениях  $\alpha$ ,  $\beta$ , а индекс «\*» соответствует точному решению.

**3. Результаты тестовых расчетов и анализ результатов.** Результаты тестовых численных исследований представлены на рис. 2-4.

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о том, что скорость сходимости по различным критериям различна. Это различие при решении обратной задачи (т.е. при определении  $\beta$ , а соответственно, размеров конечно-элементной сетки для аппроксимации решения с заданной точностью) может привести к существенно отличающимся результатам. В частности, в данном случае это отличие может достигать несколько порядков по размерам конечно-элементной сетки, а, следовательно, еще больше – по объему оперативной компьютерной памяти и длительности проведения решения задачи.

**Закключение.** Проведенный комплекс тестовых численных исследований иллюстрирует основную особенность при численном моделировании напряженно-деформированного состояния и интегральных характеристик тел с регулярной системой вырезов – значительное отличие скорости сходимости результатов при изменении конечно-элементной разбивки от вида используемого критерия точности.

Это подтверждает целесообразность применения предложенных автором ранее подходов, предполагающих использование так называемых парциальных критериев оценки качества конечно-элементных моделей для исследования напряженно-деформированного состояния, динамических свойств, устойчивости, жесткости тел с регулярной системой вырезов. Также это открывает путь к производным от этих кри-

териев критериям при расчетно-расчетном и расчетно-экспериментальном моделировании физико-механических процессов и состояний объектов данного типа.

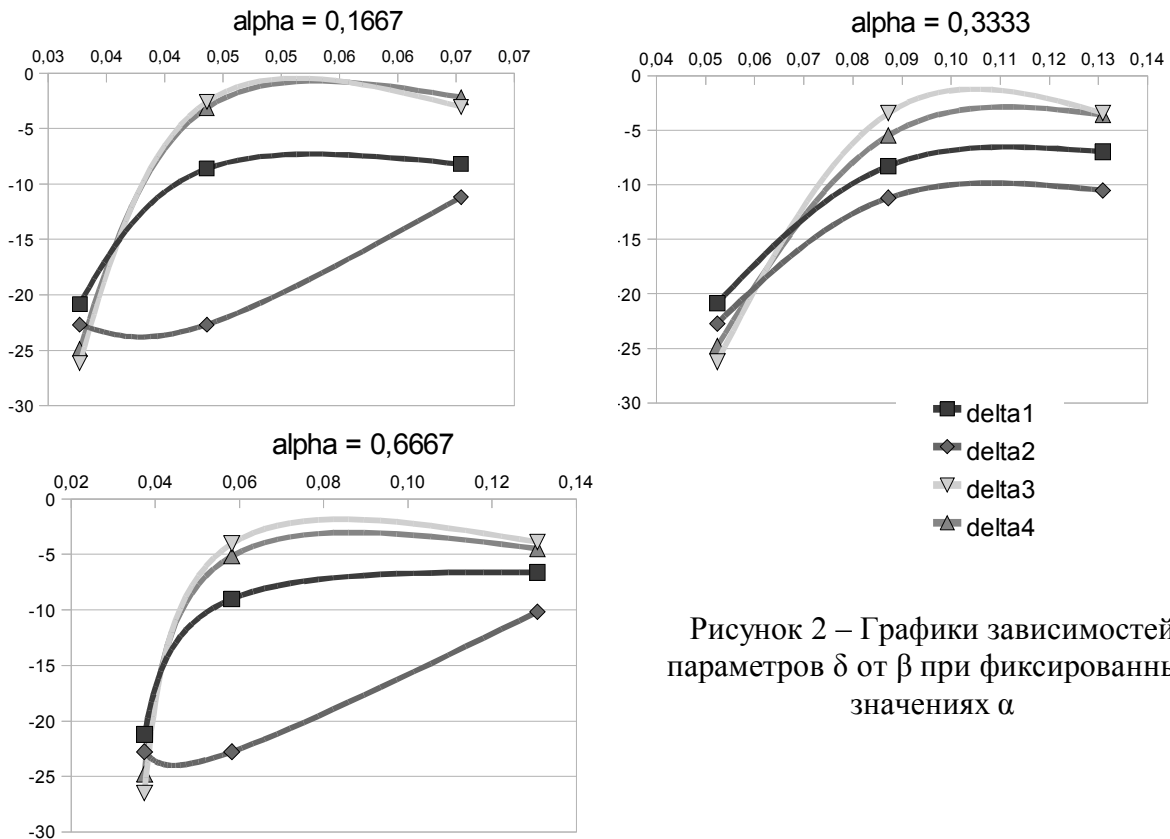
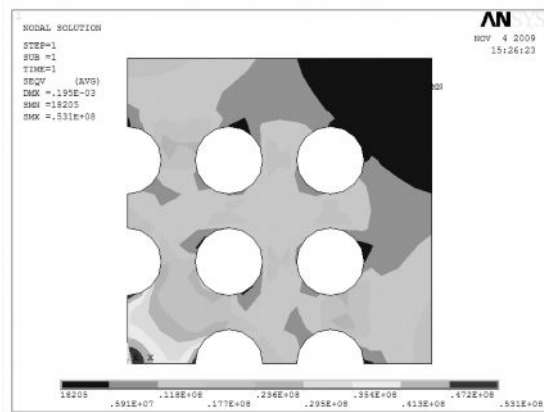
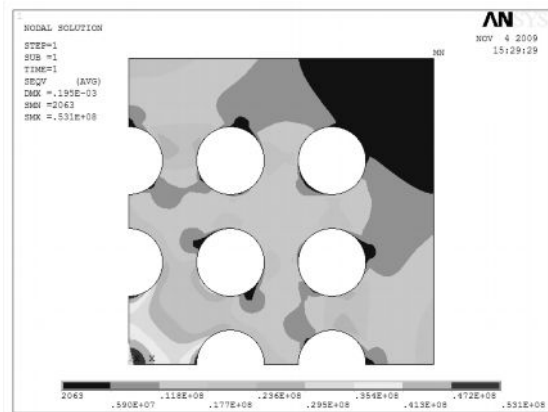


Рисунок 2 – Графики зависимостей параметров  $\delta$  от  $\beta$  при фиксированных значениях  $\alpha$



$\beta = 0,1308$

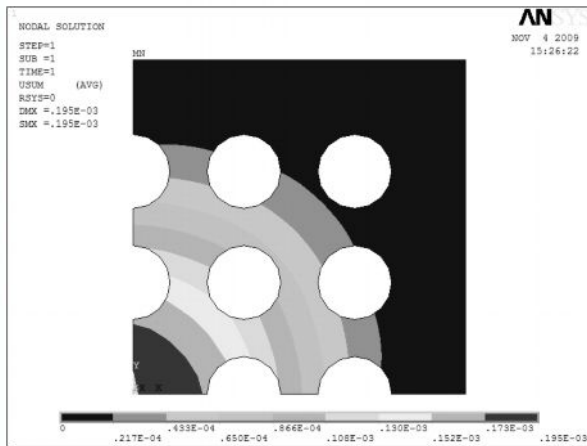


$\beta = 0,0374$

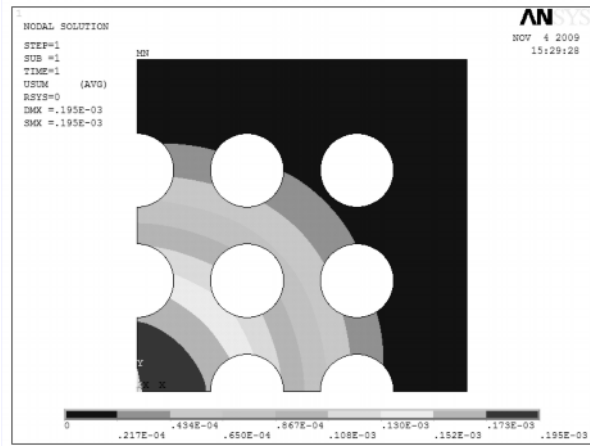
Рисунок 3 – Диаграммы распределений эквивалентных по Мизесу напряжений. Диаметр отверстий 20 мм

Следует заметить, что анализ полученных результатов можно «развернуть» в другую сторону, если при решении задачи для ТРСВ требуется например, определение локальных особенностей решения.

Предложенный подход критерии в дальнейшем планируется широко применять для решения большого множества прикладных задач.



$$\beta = 0,1308$$



$$\beta = 0,0374$$

Рисунок 4 – Диаграммы распределений суммарных перемещений.  
Диаметр отверстий 20 мм

Литература: 1. Веретельник Ю.В., Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д. Расчетно-экспериментальный синтез конечно-элементных моделей тел с регулярной системой вырезов // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2009. – № 12. – С.24-50.

Веретельник Ю.В.

ДО ПИТАННЯ ПРО КРИТЕРІЇ ТОЧНОСТІ ЧИСЛОВИХ МОДЕЛЕЙ  
ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖНИХ ТІЛ  
З СИСТЕМОЮ РЕГУЛЯРНИХ ВИРІЗІВ

Запропоновано новий підхід до формування парціальних критеріїв якості скінченно-елементних моделей тіл з регулярною системою вирізів.

Veretelnuk Y.V.

TO QUESTION ABOUT CRITERIA OF NUMERAL MODELS ACCURACY  
FOR CHARACTERISTICS DETERMINATION OF ELASTIC BODIES  
WITH REGULAR CUTS SYSTEM

New approach is offered to forming of парціальних criteria of quality of скінченно-елементних models of bodies with the regular system of cuts.

---