УДК 621.311.014

Ю.Н. Веприк

ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ОБОБЩЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Рівняння стаціонарних (симетричних, несиметричних, нормальних, аварійних) режимів представлені в єдиній блоково-матричній формі, що дозволяє отримати узагальнену базову модель електричних систем для проведення досліджень будь-яких стаціонарних режимів на єдиній методичній, алгоритмічній і інформаційній основах.

Уравнения стационарных (симметричных, несимметричных, нормальных, аварийных) режимов представлены в единой блочно-матричной форме, что позволяет получить обобщенную базовую модель электрических систем для проведения исследований любых стационарных режимов на единой методической, алгоритмической и информационной основах.

ВВЕДЕНИЕ

Задача исследования стационарных режимов электрических систем – комплексная задача, если под стационарными понимать любые установившиеся режимы – нормальные и аварийные, симметричные и несимметричные, с простой и сложной несимметрией.

Комплексная потому, что, во-первых, в полном объеме она может быть решена лишь при совместном, комплексном моделировании нормальных и аварийных, симметричных и несимметричных установившихся режимов – для расчетов несимметричных режимов необходимы расчеты предшествующих нормальных режимов, после отключения элементов с несимметричными повреждениями также нужно оценить параметры послеаварийных симметричных режимов, в ряде случаев вообще неясно, является исследуемый режим симметричным или нет (при наличии нетранспонированных воздушных линий (ВЛ), несимметричных нагрузках) и т.д. Во-вторых, расчеты любых установившихся режимов электрических сетей – симметричных и несимметричных, с простой и сложной несимметрией, в симметричных составляющих и в фазных координатах, органически связаны между собой – исходными данными и результатами расчета, методами, как составления уравнений, так и их решения. Сложившаяся ситуация, когда для решения комплекса тесно взаимосвязанных задач анализа стационарных режимов (симметричных и несимметричных, с простой и сложной несимметрией, эксплуатационных и аварийных) приходится использовать разрозненные модели и программы, создает сложности при организации их взаимодействия.

Поэтому целесообразен и оправдан и другой – комплексный, подход к задаче моделирования стационарных (симметричных и несимметричных) режимов, направленный на разработку и реализацию обобщенной комплексной модели электрических систем в стационарных режимах для анализа любых установившихся режимов.

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ

Математические модели электрических систем в стационарных режимах характеризуются достаточно большим разнообразием форм представления расчетных схем и применяемых методов решения. При моделировании симметричных режимов трехфазная сеть представляется однофазным эквивалентом, для моделирования несимметричных режимов методом симметричных составляющих для сети составляются схемы замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей, в фазных координатах сеть представляется трехфазными схемами замещения [1, 2], решетчатыми схемами или многополюсниками [3]. Решение целого ряда задач проектирования и эксплуатации требует моделирования серий режимов работы системы – нормальных и аварийных, симметричных и несимметричных, с простой и сложной несимметрией. Необходимость использования при этом различных программных средств, основанных на разных исходных положениях, разных формах представления сети, различных методах решения, усложняет процессы принятия решений.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для эффективного решения задач анализа и планирования режимов работы электрических систем необходимо иметь комплексные, обобщенные модели и соответствующее программное обеспечение, позволяющие моделировать любые стационарные режимы – симметричные и несимметричные, аварийные и эксплуатационные, с простой и сложной несимметрией, на единой информационной и алгоритмической основе. Поэтому представляется имеющей смысл постановка задачи о том, чтобы сократить разнообразие форм представления элементов сети и данных, унифицировать частные математические модели симметричных и несимметричных режимов и объединить их в единую вычислительную схему, которая должна быть положена в основу обобщенной модели электрических систем в стационарных режимах.

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ М1 СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Весь диапазон задач, решаемых специализированными моделями, охватывается следующими четырьмя типами моделей:

- линейная модель в симметричных режимах (модель 1) на основе линейных узловых уравнений в форме баланса токов для однофазного эквивалента сети;
- нелинейная модель в симметричных режимах (модель 2) на основе нелинейных узловых уравнений в форме баланса мощностей для однофазного эквивалента сети;
- линейная модель в несимметричных режимах (модель 3), использующая линейные уравнения в форме баланса токов в фазных координатах;
- нелинейная модель в несимметричных режимах (модель 4), на основе узловых уравнений в форме баланса мощностей трех фаз трехфазной сети.

Моделирование симметричных аварийных режимов (модель 1) выполняется по однофазному эквиваленту трехфазной сети на основе линейных узловых уравнений в форме баланса токов при представлении генераторов постоянными ЭДС за постоянным сопротивлением и допущении о том, что узлы нагрузки можно представить постоянными сопротивлениями $Z = \text{const}$. С учетом этих допущений, принимаемых, как правило, при анализе симметричных коротких замыканий, задача сводится к формированию и решению линейных узловых уравнений в форме баланса токов

$$[\boldsymbol{Y}] \cdot [\dot{\boldsymbol{U}}] = [\dot{\boldsymbol{J}}], \tag{1}$$

где $[\boldsymbol{Y}]$ – матрица собственных и взаимных узловых проводимостей, порядок которой для сети из N узлов равен $n = N–1$; $[\boldsymbol{U}]$, $[\boldsymbol{J}]$ – векторы столбцы узловых напряжений и задающих токов порядка n.

Если комплексные элементы уравнений (1) разложить на вещественные и мнимые составляющие

$$[\boldsymbol{Y}] = [G] + j\,[B], \quad [\dot{\boldsymbol{U}}] = [U_a] + j\,[U_r],$$
$$[\boldsymbol{J}] = [J_a] + j\,[J_r],$$

то от уравнений в комплексной форме (1) можно перейти к системе $2n$ уравнений с вещественными числами

$$\begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ U_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_a \\ J_r \end{bmatrix}. \tag{2}$$

В уравнениях (2) матрица $\boldsymbol{Y}$ состоит из четырех блоков размером $n \times n$, элементами которых являются активные G и реактивные B проводимости узлов и ветвей сети. Перегруппировав элементы и уравнения так, чтобы уравнения баланса активных и реактивных токов в (2) для всех узлов сети были записаны попарно, получим систему уравнений с матрицей коэффициентов Y, состоящей из блоков второго порядка 2×2:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \cdots & g_{1n} & -b_{1n} \\ b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & & b_{1n} & g_{1n} \\ g_{21} & -b_{21} & g_{22} & -b_{22} & \cdots & g_{2n} & -b_{2n} \\ b_{21} & g_{21} & b_{22} & g_{22} & & b_{2n} & g_{2n} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & \cdots & \\ g_{n1} & -b_{n1} & g_{n2} & -b_{n2} & \cdots & g_{nn} & -b_{nn} \\ b_{n1} & g_{n1} & b_{n2} & g_{n2} & & b_{nn} & g_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{r1} \\ U_{a2} \\ U_{r2} \\ \cdots \\ U_{an} \\ U_{rn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{a1} \\ J_{r1} \\ J_{a2} \\ J_{r2} \\ \cdots \\ J_{an} \\ J_{rn} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Такая форма записи узловых уравнений, как будет видно из дальнейшего, более предпочтительна.

Моделирование симметричных эксплуатационных режимов (модель 2) выполняется по однофазному эквиваленту трехфазной сети на основе узловых уравнений в форме баланса мощностей.

Узловые уравнения в форме баланса мощностей имеют вид

$$\begin{aligned} &\overline{U}_1(Y_{11}U_1 - Y_{12}U_2 - \ldots - Y_{1n}U_n) = \overline{S}_1 + \overline{U}_1 Y_1 U \\ &\overline{U}_2(Y_{21}U_1 - Y_{22}U_2 - \ldots - Y_{2n}U_n) = \overline{S}_2 + \overline{U}_2 Y_2 U \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\overline{U}_1(Y_{n1}U_1 - Y_{n2}U_2 - \ldots - Y_{nn}U_n) = \overline{S}_n + \overline{U}_n Y_n U \end{aligned}, \tag{4}$$

являются нелинейными и их решение возможно только итерационными методами.

Для решения нелинейных узловых уравнений в форме баланса мощностей (4) преимущественное применение находит метод Ньютона. Решение при этом находится как результат последовательных приближений, на каждом шаге итерационного процесса составляется и решается линеаризованная система уравнений относительно поправок к модулям и углам векторов напряжений $[U]$ в узлах сети

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial U} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial \delta} \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial U} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где $\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial U} \end{bmatrix}$ – матрица Якоби, состоящая из четырех блоков $\dfrac{\partial \Delta P}{\partial \delta}, \dfrac{\partial \Delta P}{\partial U}, \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \delta}, \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial U}$, элементами которых являются частные производные от небалансов активной P и реактивной Q мощностей в узлах по модулям U и углам δ узловых напряжений; ΔU, $\Delta\delta$ – поправки к модулям и углам узловых напряжений.

Перегруппировав аналогично предыдущему неизвестные уравнения, можно (5) представить в виде:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & -b_{11} & a_{12} & -b_{12} & \cdots & a_{1n} & -b_{1n} \\ c_{11} & d_{11} & c_{12} & d_{12} & & c_{1n} & d_{1n} \\ a_{21} & -b_{21} & a_{22} & -b_{22} & \cdots & a_{2n} & -b_{2n} \\ c_{21} & d_{21} & c_{22} & d_{22} & & c_{2n} & d_{2n} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & \cdots & \\ a_{n1} & -b_{n1} & a_{n2} & -b_{n2} & \cdots & a_{nn} & -b_{nn} \\ c_{n1} & d_{n1} & c_{n2} & d_{n2} & & c_{nn} & d_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta U_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta U_2 \\ \cdots \\ \Delta\delta_n \\ \Delta U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \cdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где $a_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}; b_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j}; c_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}; d_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j}$.

Уравнения (6), как и (3) отличаются тем, что матрицы коэффициентов в них состоят из блоков размером 2×2, а столбцы неизвестных и заданных величин содержат попарно величины, относящиеся к одному узлу.

Линейные узловые уравнения в фазных координатах (модель 3) для анализа несимметричных режимов получаются при заданных ЭДС генераторов по фазам и представлении нагрузок трехфазных узлов (симметричных и несимметричных) постоянными матрицами проводимостей. Задача моделирования при этом сводится к составлению и решению системы $3 \times n$ уравнений баланса токов трехфазных узлов

$$\begin{bmatrix} Y_{11}^F & Y_{12}^F & \ldots & Y_{1n}^F \\ Y_{21}^F & Y_{22}^F & \ldots & Y_{2n}^F \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Y_{n1}^F & Y_{n2}^F & \ldots & Y_{nn}^F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1^F \\ U_2^F \\ \ldots \\ U_n^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^F \\ J_2^F \\ \ldots \\ J_n^F \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где Y_{ii}^F, Y_{ij}^F – собственные и взаимные проводимости трехфазных узлов, блоки размером 3×3; U_i^F, J_i^F – напряжения и задающие токи трехфазных узлов.

Нелинейные модели в несимметричных режимах (модель 4) основаны на формировании узловых уравнений баланса мощностей для каждой из фаз трехфазной сети в фазных координатах и их решении итерационными методами. Если при этом на каждом шаге итерационного процесса нагрузочные узлы (симметричные и несимметричные) представлять постоянными проводимостями $[Y]$ = const или нелинейными источниками тока $[J]$, то линеаризованные уравнения на шаге будут иметь такой же вид, как и уравнения (7).

В линейной модели сети (при задании нагрузок неизменными сопротивлениями фаз) напряжения фаз в узлах сети в рассматриваемом несиммметричном режиме определяются однократным решением уравнений (7), в нелинейной модели (при заданных мощностях, потребляемых и генерируемых в узлах сети) напряжения фаз уточняются в ходе итерационного процесса до тех пор, пока сумма мощностей трех фаз в каждом узле сети не станет равна заданной величине.

Таким образом, предлагаемые модификации узловых уравнений электрической сети в форме баланса токов и мощностей обеспечивают возможность представления любых уравнений электрической сети в установившихся режимах – нормальных (6), аварийных (3), в фазных координатах (7) – в единой, унифицированной блочно-матричной форме, характерными особенностями которой являются следующие:

- матрицы коэффициентов любой из рассмотренных систем уравнений состоят из блоков и различаются размерами этих блоков (2×2, 3×3, 6×6);
- элементы векторов заданных величин и неизвестных также сгруппированы в блоки по 2 или по 3, содержащие величины, относящиеся к одному узлу сети;
- количество блоков в матрице и векторах заданных и искомых величин равно числу независимых узлов n моделируемой сети.

При использовании предлагаемой унифицированной, общей для всех задач моделирования стационарных режимов блочно-матричной формы записи уравнений, может быть соответствующим образом унифицирован и алгоритм решения уравнений с матрицами блочной структуры, отличающихся только размерами блоков. Так как в реальной электрической сети каждый из узлов связан лишь с двумя-тремя соседними, а непосредственные связи с остальными узлами отсутствуют, для графа трехфазной электрической сети характерна слабая связность, а для матриц – блочная структура с большим числом нулевых блоков.

В последние годы в сетевых расчетах все более широкое применение находят методы факторизации – группа методов, позволяющих получить обратную матрицу в неявной форме (в виде произведения матриц-сомножителей, в той или иной мере сохраняющих слабую заполненность).

В качестве метода получения обратных матриц в виде произведения матриц-сомножителей, который может быть развит для применения к слабозаполненным матрицам блочной структуры, принят метод разложения исходной матрицы А порядка n на n матриц-сомножителей, также имеющих слабую заполненность [4].

Предлагаемый метод блочной факторизации [4] является обобщением методов факторизации матриц с вещественными коэффициентами на слабозаполненные матрицы блочной структуры и позволяет получить эффективные алгоритмы решения узловых уравнений (3) – (7) электрических систем с любой несимметрией в фазных координатах.

Приведение всех выделенных выше четырех моделей к унифицированному виду позволяет, во-первых, унифицировать вычислительные процедуры их формирования и решения, а, во-вторых, включить их в единую обобщенную, базовую модель (М1) электрических систем в стационарных режимах.

ВЫВОДЫ

1. Выполненное обобщение уравнений стационарных (симметричных, несимметричных, нормальных, аварийных) режимов и представление их в единой блочно-матричной форме позволяет получить обобщенную базовую модель электрических систем, обеспечивающую возможность проведения всего комплекса исследований любых стационарных режимов на единой методической, алгоритмической и информационной основе.

2. Переход на уровень трехфазных многополюсников, представление уравнений элементов в унифицированной форме позволяет сократить разнообразие форм записи уравнений элементов сети и обеспечить формализацию и алгоритмизацию формирования обобщенной базовой модели, не ограничивая ее возможностей.

3. Улучшению характеристик комплексной модели способствуют также организация учета слабой заполненности матриц коэффициентов, а также применение метода блочной факторизации для решения линейных и нелинейных узловых уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берман А.П., Фраткин А.И. Расчет сложных несимметричных режимов электрических систем на основе метода Ньютона / Эл. сети и системы: Респ. межвед. научно-техн. об. – Киев, 1987. − Вып. 23. − С. 38-43.
2. Мисриханов М.Ш., Попов В.А., Якимчук Н.Н., Медов Р.В. Уточнение определения мест повреждения на ВЛ при использовании фазных составляющих // Эл станции. – 2001. – № 3.
3. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Расчет режимов электрических систем в фазных координатах // Интеллектуальные и материальные ресурсы Сибири. – Иркутск: БГУЭП. – 2003. – С. 262-273.
4. Веприк Ю.Н. Комплексное моделирование электрических систем в стационарных режимах // Вестник ХГПУ. – 2000. – № 112.

Поступила 31.01 2010

Веприк Юрий Николаевич, к.т.н., проф.
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Передача электрической энергии"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-62-46

Veprik Yu.N.

A problem of mathematical modeling of electric system stationary modes in the generalized formulation.

Equations of stationary (symmetric, asymmetrical, normal, emergency) modes are presented in a single block-matrix form which allows getting a generalized basic model of electric systems for doing research into any stationary mode on a united methodical, algorithmic, and informative basis.

Key words – **stationary modes, electric networks, mathematical models.**