

Р.Г. Пузырь, канд. техн. наук, В. Г. Загорянский, канд. техн. наук,  
С.А. Шелест, Р.В. Левченко, Кременчуг, Украина

## **АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ИЗГИБА ПЛАСТИНЫ В ДВУХ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОЛУЧЕННЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ**

*Досліджується формозміна заготовки з листового металевого матеріалу при накладенні зусилля з чотирьох протилежних сторін до заздалегідь загнутих полиць пластини. Наведені результати якісного експерименту, які підтверджують теоретичні залежності.*

*Исследуется формаизменение заготовки из листового металлического материала при приложении деформирующего усилия с четырех противоположных сторон на предварительно изогнутые полки пластины. Приведены результаты качественного эксперимента, подтверждающие теоретические зависимости.*

*R.G. PUZYR', V. G. ZAGORJANSKIJ, S.A. SHELEST, R.V. LEVCHENKO  
THE ANALYSIS OF PROCESS OF A BEND OF A PLATE IN TWO MUTUALLY  
PERPENDICULAR DIRECTIONS AND EXPERIMENTAL CHECK OF THE RECEIVED  
THEORETICAL RESULTS*

*Probed deformation purveyances from sheet metallic material at the appendix of deforming effort from four opposite sides to the preliminary bent shelves of plate. The results of high-quality experiment, confirmative theoretical dependences, are resulted.*

**Вступлення.** Формаизменение в операциях листовой штамповки осуществляется под действием внешних сил, вызывающих появление пластических деформаций. Общий теоретический анализ процессов деформирования во всех операциях холодной обработки металлов давлением основывается на общих положениях теории пластической деформации. Математический анализ различных операций листовой штамповки осуществляется путем совместного решения уравнений равновесия, уравнения пластичности, уравнений связи напряжений и деформаций или скоростей деформаций, уравнений неразрывности деформаций и уравнения сплошности [1]. Решение этих уравнений связано с большими трудностями, так как при пластических деформациях отсутствует линейная зависимость между напряжениями и деформациями, изменяются граничные условия в процессе нагружения, деформации являются немонотонными. Значительно упрощаются решения, если деформированное или напряженное состояние является плоским, что с достаточной степенью приближения можно принять при анализе операций листовой штамповки. С использованием приближенных решений создана сравнительно стройная методика анализа формоизменяющих операций листовой штамповки, позволяющая учесть влияние многих факторов на процесс деформирования [2]. При этом в основном рассчитываются необходимые усилия для получения деталей нуж-

ной конфигурации, зависящие от геометрии инструмента, требуемой степени деформации, условий трения на контакте инструмента и заготовки и т. д. Форма изделий в большинстве случаев формируется в результате сопряжения поверхностей матрицы или пуансона с материалом заготовки.

Методы получения деталей путем пластической деформации заготовок непрерывно совершенствуются и развиваются. Кроме основных способов холодной штамповки, используемых в промышленности, нашли широкое применение специфические методы формообразования деталей из листового и профильного металла. К числу прочих операций листовой штамповки можно добавить такие процессы гибки как гибка с растяжением на специальных станках, гибка-прокатка на валковых и роликовых простых и копирующе-гибочных станках и др. [3]. К этим специфическим процессам можно отнести и разгибание полков с формированием элемента жесткости (рис.1), для которого пока не создан прочный математический аппарат для анализа основных факторов, оказывающих влияние на получение качественных деталей.

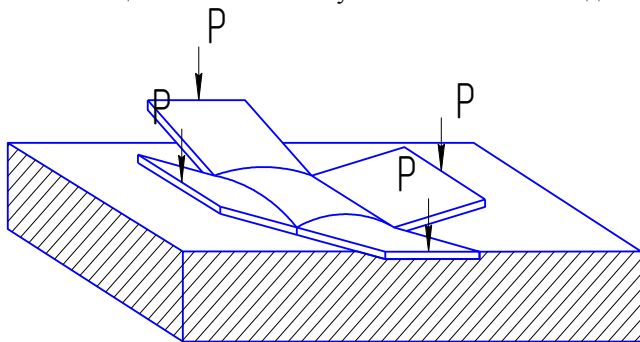


Рисунок 1 – Формирование элемента жесткости

**Цель работы.** При разгибании полков деформируемый материал заготовки не контактирует с поверхностями формообразующего инструмента, поэтому, необходимо, до процесса деформации знать форму получаемого изделия и определять факторы, сдерживающие упругопластическое формоизменение. Для этого требуется провести детальный теоретический анализ, результат которого должен дать ответы на поставленные вопросы.

**Материал и результаты исследований.** Изучение процесса свободного формирования элемента жесткости основывается на положениях технической теории и теории малых упругопластических деформаций.

Точное решение задачи о распределении напряжений в случае чистого изгиба призматического стержня получено на основе той гипотезы, что поперечные сечения стержня остаются во время изгиба плоскими и лишь поворачиваются относительно своих нейтральных осей таким образом, что всегда при этом остаются нормальными к упругой кривой [4].

Сочетание таких изгибов в двух взаимно перпендикулярных направлениях дает чистый изгиб пластинки. Принимаем, что моменты равномерно распределены вдоль краев прямоугольной пластинки (рис. 2).

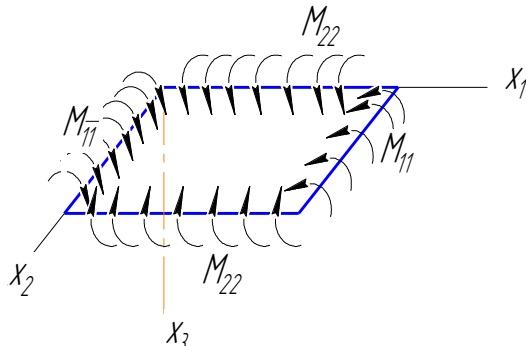


Рисунок 2 – Схема нагружения пластины моментами

Пусть плоскость  $x_1x_2$  будет совмещена со срединной плоскостью пластинки до ее изгиба, оси же  $x_1$  и  $x_2$  направим вдоль ее краев. Положительным направлением оси  $x_3$ , которая в этом случае будет перпендикулярной к срединной плоскости, условимся считать направление вниз. Через  $M_{11}$  обозначим отнесенный к единице длины изгибающий момент, действующий по краям параллельным оси  $x_2$ , через  $M_{22}$  - также приходящийся на единицу длины момент, приложенный по краям, параллельным оси  $x_1$ . Будем считать эти моменты положительными, если они производят сжатие на верхней поверхности пластинки и растяжение на нижней. Толщину пластинки, обозначим через  $h$ , причем считаем ее малой в сравнении с другими размерами.

Так как изображенный на рис. 2 случай представляет собой сочетание действия равномерно распределенных моментов, то условия распределения напряжений получаются при этом тождественными для всех элементов, приходим здесь к случаю чистого изгиба пластинки [5]. Сделаем допущение, что при изгибании пластинки, боковые грани элемента остаются плоскими и поворачиваются лишь относительно нейтральных осей таким образом, что остаются при этом нормальными к изогнутой срединной поверхности пластинки, отсюда срединная поверхность пластинки не будет подвергаться во время этого нагиба никакому растяжению и, следовательно, срединная поверхность будет вместе с тем и нейтральной поверхностью [5]. Пусть  $1/r_{11}$  и  $1/r_{22}$  обозначают кривизны этой нейтральной поверхности в сечениях, параллельных соответственно плоскостям  $X_1X_3$  и  $X_2X_3$ . Значит

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} X_3 dX_2 dX_3 = M_{11} dX_2, \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} X_3 dX_1 dX_3 = M_{22} dX_1. \quad (1)$$

Выразив  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  через соответствующую кривизну, получим

$$M_{11} = D \left( \frac{1}{r_{11}} + \nu \frac{1}{r_{22}} \right) = -D \left( \frac{\partial^2 u}{\partial X_1^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial X_2^2} \right),$$

$$M_{22} = D \left( \frac{1}{r_{22}} + \nu \frac{1}{r_{11}} \right) = -D \left( \frac{\partial^2 u}{\partial X_2^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial X_1^2} \right).$$
(2)

где  $D$  – жесткость пластинки при изгибе;  $u$  – малые прогибы пластинки в направлении  $x_3$ .

Анализируя напряжения, действующие по сечению, параллельному оси  $x_3$ , но наклоненному к осям  $x_1$  и  $x_2$ , получим известные уравнения [5]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_{11} \cos^2 \alpha + \sigma_{22} \sin^2 \alpha, \\ \tau_{nt} &= \frac{1}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \sin 2\alpha, \end{aligned} \right\}$$
(3)

где  $\alpha$  – угол между нормалью  $n$  и осью  $x_1$  или же между направлением  $t$  и осью  $x_2$ .

Если принять в расчет все слои, то нормальные напряжения по всей толщине пластинки дадут изгибающий момент и величина его выразится интегралом

$$M_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_n X_3 dX_3 = M_{11} \cos^2 \alpha + M_{22} \sin^2 \alpha.$$
(4)

Касательные напряжения  $\tau_{nt}$  дадут крутящий момент, величина которого на единицу длины будет равна

$$M_{nt} = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{nt} X_3 dX_3 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha (M_{11} - M_{22}).$$
(5)

Знаки  $M_n$  и  $M_{nt}$  выбраны таким образом, что если пользоваться правовинтовой координатной системой, то положительные значения их моментов изобразятся векторами в положительных направлениях  $n$  и  $t$ . Если  $\alpha$  равно нулю или  $\pi$ , то уравнение (5) даст  $M_n = M_{11}$ . Для  $\alpha = \pi/2$  или  $3\pi/2$  получаем  $M_n = M_{22}$ . Моменты  $M_{nt}$  для этих значений  $\alpha$  обращаются в нули. При этом получаем условия представленные на рис.2.

Крутящий момент для данных взаимно-перпендикулярных направлений  $n$  и  $t$  пропорционален относительному кручению срединной поверхности относительно этих направлений. Если направления  $n$  и  $t$  совпадают с осями  $x_1$  и  $x_2$ , то тогда останутся лишь изгибающие моменты  $M_{11}$  и  $M_{22}$ , действующие в сечениях, перпендикулярных этим осям. Относительное кручение при этом

обращается в нуль, а кривизны  $1/r_{11}$  и  $1/r_{22}$  оказываются главными кривизнами срединной поверхности пластинки. Что касается распределения напряжений в пластинке, подвергающейся чистому изгибу, то первое из уравнений (3) позволяет заключить, что максимальное нормальное напряжение получится в сечениях, параллельных плоскостям  $x_1x_3$  или  $x_2x_3$ .

Таким путем приходим к случаю чистого изгиба пластинки. Рассмотрим случай, когда  $M_{11} = M_{22} = M$ . Из уравнений (4) и (5) можно для этого случая сделать тот вывод, что изгибающие моменты будут равномерно распределены по всему контуру пластинки, крутящие же моменты исчезнут.

Из уравнений (2) получаем

$$\frac{1}{r_{11}} = \frac{1}{r_{22}} = \frac{M}{D(1+\nu)}, \quad (6)$$

т. е. пластина в данном случае изгибается по сферической поверхности, кривизна которой определяется выражением (6).

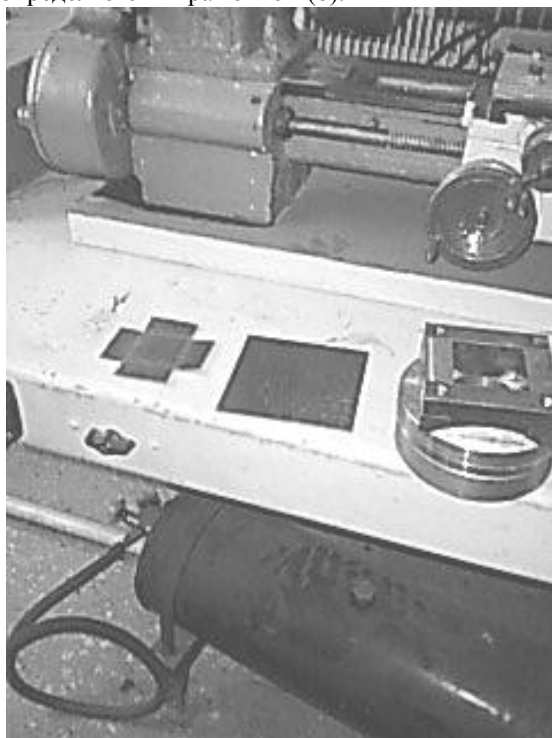


Рисунок 3 – Пуансон, заготовка и сформированный полуфабрикат

Для подтверждения найденной аналитической зависимости проводили качественный эксперимент на разрывной машине типа УМЭ – 10 ТМ, с использованием специально спроектированной оснастки, которая представляла собой пуансон в виде квадрата с полостью внутри, который верхним своим концом крепился к вертикальному ползуну разрывной машины. На стол устанавливалась квадратная пластина, у которой предварительно были отогнуты полки с каждой из четырех сторон. Затем при ходе верхнего ползуна машины вниз производилось разгибание полок с одновременным формированием изогнутой поверхности. В качестве заготовок для деформирования применялись пластинки из стали 08 кп, толщиной 2 мм, размером стороны квадрата 90 мм. На рис. 3. показана оснастка для формирования сферической поверхности, листовая заготовка и полуфабрикат с разогнутыми полками.

Полки полуфабриката предварительно отгибались на угол  $55^\circ$  для каждого из десяти испытуемых образцов. После проведения испытания путем визуального контроля было установлено:

**Выводы:** 1. При разгибании полок, из квадратной заготовки формируется полуфабрикат напоминающий часть сферической поверхности;

2. При сравнении прогибов для заготовок деформируемых с двух [6] и с четырех сторон моментами, больший прогиб получают заготовки которые изгибаются моментами с двух противоположных сторон (при этом материал, геометрические размеры, углы предварительного загиба пластин одинаковы для каждого вида приложения нагрузки).

**Список использованных источников:** 1. Попов Е.А. Основы теории листовой штамповки. М.: Машиностроение, 1977.- 278 с. 2. Евстратов В.А. Теория обработки металлов давлением. – Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. – 248 с. 3. Лысов М.И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки. М.: Машиностроение, 1966. – 236 с. 4. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1986. – 544 с. 5. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. – 635 с. 6. Пузырь Р.Г. Разработка методов расчета параметров формоизменения при безматричной гибке / Р.Г. Пузырь, С.А.Кондратюк // Обробка матеріалів тиском: зб. наук. пр. – Краматорськ, 2010. – С. 122-130.

*Поступила в редколлегию 06.04.2011.*

**Bibliography (transliterated):** 1. Popov E.A. Osnovy teorii listovoj shtampovki. M.: Mashinostroenie, 1977.- 278 s. 2. Evstratov V.A. Teorija obrabotki metallov davleniem. – Har'kov: Viwa shkola. Izd-vo pri Har'k. un-te, 1981. – 248 s. 3. Lysov M.I. Teorija i raschet processov izgotovlenija detalej metodami gibki. M.: Mashinostroenie, 1966. – 236 s. 4. Darkov A.V., Shaposhnikov N.N. Stroitel'naja mehanika. – M.: Vysshaja shkola, 1986. – 544 s. 5. Timoshenko S.P., Vojnovskij-Kriger S. Plastinki i obolochki. M.: Nauka, 1966. – 635 s. 6. Puzyr' R.G. Razrabotka metodov rascheta parametrov formoizmenenija pri bezmatrichnoj gibke / R.G. Puzyr', S.A.Kondratjuk // Obrobka materialiv tiskom: zb. nauk. pr. – Kramator'sk, 2010. – S. 122-130.