УДК 539.3

С.А. Назаренко, канд. техн. наук, Харьков, Украина

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ ИНТЕГРИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ

The important component of designing, engineering and manufacturing are the sensitivity analysis of characteristics to small variations of constructive parameters. On the united science methodological base effective methods for the sensitivity analysis methods of systems are created. The complexes of theoretical, calculable and applied questions of sensitivity analysis are studied. The developed mathematical apparatus applications are examined.

Усовершенствование технологий изготовления, интенсификация рабочих процессов в современных конструкциях обуславливают необходимость высокого уровня интеграции наукоемких технологий виртуального моделирования [1-4]. Прогресс современной вычислительной техники позволяет исследовать проблему жизненного цикла инновационных изделий как результат взаимодействия огромного числа конструкторских, технологических и производственных факторов на основе совершенствования методического, программного, информационного и математического обеспечения. Сложность формулировки функционала полной ожидаемой эффективности жизненного цикла конструкций, включающего затраты, связанные с проектированием, подготовкой производства, изготовлением, коррективной эксплуатацией, отказом; противоречивость критериев, большое число разнохарактерных варьируемых переменных, неформализуемость некоторых ограничений, различная точность и детерминированность моделей, требования унификации не позволяют решать математически строго задачу оптимизации непосредственно для полной модели. Анализ чувствительности представляет информацию о направлении и скорости изменения критериев цели (функционалов качества) конструкций J при изменении варьируемых параметров *u* без модификации всей модели[5]. На базе анализа чувствительности можно решить целый ряд практических задач проектирования, доводки, технологической подготовки производства и контроля эффективной эксплуатации конструкций. Анализ чувствительности позволяет, с одной стороны, производить оперативные оценочные расчеты большого числа вариантов при стохастическом анализе, назначении полей допусков на изготовление, неразрушающем контроле, корректировке или идентификации математической модели конструкции; а с другой стороны, эффективно построить улучшенную вариацию в системах оптимального автоматизированного и интерактивного проектирования.

Целью данной работы была разработка на основе единой комплексной научно-методологической концепции методик анализа чувствительности конечномерных и континуальных моделей конструкций, обладающих высоким уровнем адекватности реальным физико-механическим процессам различной природы; решение на их основе ряда практических задач.

Современные машины создаются и функционируют как комбинация множества взаимодействующих между собой и с внешней средой конструктивных элементов. Практическое решение задач, как правило, сводится к решению систем дифференциальных уравнений в частных производных. Обобщенное уравнение движения элементов (от одномерной модели до трехмерной) можно записать следующим образом

$$\text{Д}\left[\vec{V}\right] = \text{У}\left[\vec{V}\right] + \text{И}\left[\vec{V}\right] + \vec{\vec{R}}\left[\vec{V}\right] - \vec{f} = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{V}(\vec{x},t)$ - обобщенный вектор (функция) переменных состояния; $\vec{x}$ - координатный вектор; У - оператор приведенных «жесткостных» характеристик, структура которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий и условий сопряжения; *И* - приведенный «инерционный» оператор, $\vec{\vec{R}}$ - оператор диссипативных сил; $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x},t)$ - вектор (функция) нагрузок; t - время. Под вектором (функцией) *u* варьируемых параметров понимаются характеристики физико-механических свойств материалов, присоединенных масс и жесткостей, геометрические размеры и т.п.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных, определяющих краевые задачи математической физики, весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме[6]. Основные разрешающие уравнения для процессов, изменяющихся во времени, могут быть непосредственно получены из обобщенного вариационного принципа Гамильтона-Остроградского $\delta\int(T - \Pi + W)\,dt = 0$, где *T* – кинетическая энергия системы, *П* – потенциальная энергия (является наиболее важной энергетической характеристикой произвольной системы, выраженной через компоненты выбранного пространства состояний и при необходимости может включать, например, энергию электрической индукции для трехмерного пьезоэлектрического тела), *W* – работа приложенных сил. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем. Задачи теории поля (теплопроводность, гидромеханика, расчет электрических или магнитных полей и т.п.) сводятся к системе уравнений, аналогичной соотношениям метода конечных элементов для задач механики деформируемого твердого тела.

На основе проведенных исследований были разработаны две базовые методики анализа чувствительности. Математическая постановка задачи заключается в определении производных от функционалов качества J по параметрам *u*. Первый подход предполагает следующую последовательность вычислительных этапов (формулы приведены для задачи статики):

1) конечноэлементная (КЭ) дискретизация задачи анализа (1)

$$A(\vec{u},\vec{v}) = K(\vec{u})\vec{v} - \vec{F}(\vec{u}) = \vec{0}, \qquad (2)$$

где $\vec{y}$, $\vec{F}$ – «обобщенные» векторы узловых перемещений и нагрузок; $K(\vec{u})$ – «обобщенная» матрица жесткости конструкций; $\vec{u}$ – вектор варьируемых параметров;

2) введение вектора сопряженных переменных

$$K^T(\vec{u})\vec{\psi} = K(\vec{u})\vec{\psi} = \vec{g} = \vec{\nabla}_y J; \qquad (3)$$

3) введение пространства варьируемых переменных;

4) вычисление градиентов от функционалов качества конструкций

$$\vec{\nabla}_u J = \left\{ -\frac{\partial H^*}{\partial u_i} = -\vec{\psi}^T \left(K'_{u_i}\vec{y} - \vec{F}'_{u_i} \right) + \frac{\partial J}{\partial u_i} \right\}_{i=\overline{1,n}}, \qquad (4)$$

где гамильтониан $H = \vec{\psi}^T \left(K(\vec{u})\vec{y} - \vec{F}(\vec{u}) \right) - J(\vec{u},\vec{y})$.

Во второй методике сопряженные переменные вводятся непосредственно для вариационной или дифференциальной формулировки исходной задачи анализа (1). Далее редукция исходной и сопряженной задач (переход от непрерывных переменных к дискретным с одновременным избавлением от операций дифференцирования и\или интегрирования), дискретизация варьируемых функций формы конструкции; введение понятия материальной производной могут выполняться как формально несвязанные этапы.

Задачи на собственное значение λ (собственные колебания и потеря устойчивости) можно представить вариационным уравнением вида

$$a_u(y,z) = \lambda\, b_u(y,z) \qquad (5)$$

для всех z из пространства Z гладких кинематически допустимых «обобщенных» перемещений (($a_u(y,z)$; $b_u(y,z)$ - положительно определенные и непрерывные билинейные формы; y –переменные состояния). Поскольку уравнение (5) однородно по y, необходимо добавить условие нормировки $b_u(y,y)=1$ для определения собственной функции единственным образом. Варьируя по u обе части уравнения (5), учитывая свойства симметрии $a_u(y,z)$ и $b_u(y,z)$; $z=y$; отбрасывая члены, равные 0; получим формулу для вычисления производной некратного собственного значения $\lambda' = a'_u(y,y) - \lambda\, b'_u(y,y)$, где в правой части штрих ’ обозначает вариацию билинейных форм по явно входящему аргументу u.

Преимуществом второй методики является то, что используются поля «обобщенных» перемещений, а не узловые параметры, определяемые матричными уравнениями. Для производных получаются явные выражения в терминах физических величин, а не в терминах сумм производных от матриц конечных элементов конструкций. Конечномерный и континуальный подходы связаны между собой (первый является аппроксимацией второго).

Предварительный анализ распределения коэффициентов чувствительности позволяет выделить зоны наиболее и наименее существенного влияния на критерии качества конструкций, вследствие чего появляется возможность выбрать минимальный набор варьируемых параметров. Использование коэффициентов чувствительности позволяет конструкторам оценивать влияние изменений параметров без постоянного обращения к трудоемким конечноэлементным расчетам. При пересчете модификаций конструкций деталей с малыми изменениями $\Delta\vec{u}$ от базового варианта $\vec{u}_0$ изменения критерия качества аппроксимируются линейными членами разложения функции в ряд Тейлора в окрестности параметров $J \approx J_0 + \vec{\nabla}_u^T J_0 \Delta\vec{u}$.

Для демонстрации разработанного математического аппарата рассмотрим несколько задач. Исследование вибраций корпуса двигателя представляет интерес в связи с возможным появлением форм резонансных напряжений, приводящих к образованию усталостных трещин. Эта задача непосредственно связана с анализом динамики охлаждения отливки, позволяющим выявить места возможного формирования внутренних усадочных дефектов; погрешности формообразования, определяющие закономерные и случайные изменения физико-механических свойств материалов и геометрических размеров [7]. При анализе качества ответственных отливок сложной геометрической формы в рамках так называемого «системного подхода» оценка качества не сводится лишь к контролю отсутствия литейных дефектов, а определяется из требований к литой детали как к элементу механической системы. При этом еще на стадии моделирования можно сопоставить зоны технологических дефектов при данной технологии изготовления с распределением полей коэффициентов чувствительностей функционалов качества, а затем провести меры по улучшению качества отливки.

В настоящей работе рассматривалась КЭ модель отливки блок-картера дизеля, образованная конечными элементами тетраэдральной формы. Граничные условия состояли из закрепления двух из трех степеней свободы узлов, расположенных на внешних торцевых к оси маховика плоскостях блок-картера. На рис. 1 и 2 с целью демонстрации предлагаемых подходов приведены примеры решенных задач. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности конструкций. Светлыми тонами показана зона близких к нулю коэффициентов чувствительности, темными - экстремальных. Выполненный анализ, в частности, выявил для второй формы собственных колебаний соответствие зон максимальных напряжений с областью развития усталостных трещин на работающих двигателях. Отметим, что, как правило, зоны наибольших коэффициентов чувствительности собственных частот к изменению приведенного модуля упругости совпадают с областями максимальных динамических напряжений. Улучшение качества поверхности в этих областях приводит к повышению предела выносливости, нанесение демпфирующих покрытий - к снижению уровня динамических напряжений.

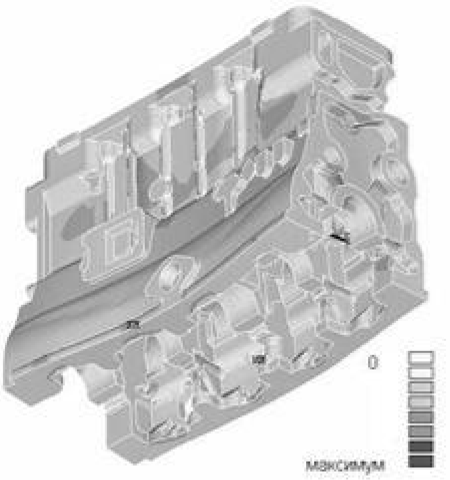

Рис. 1 - Распределение полей коэффициентов чувствительностей первой собственной частоты к изменению приведенного модуля упругости на поверхности отливки блок-картера дизеля.

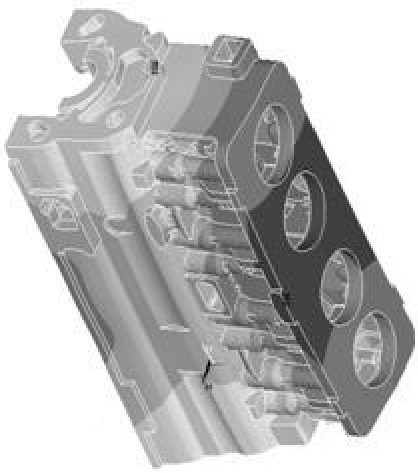

Рис. 2 - Распределение полей коэффициентов чувствительностей второй собственной частоты к добавлению присоединенных масс на поверхности отливки блок-картера

В современных сварочных установках с целью повышения производительности процесса и улучшения качества сварного шва применяются ножевые концентраторы-волноводы (рис.3). Обычно сонотроды такого типа используются в качестве второй ступени резонансной колебательной системы. Резонансные колебания возбуждаются электромеханическим преобразователем, присоединяемым в центральной точке широкой грани. Узкая грань, контактирующая со свариваемыми деталями, излучает высокочастотные ультразвуковые волны, обеспечивающие внутренний разогрев пластмассы, ее плавление и сварку.

При проектировании ультразвукового сварочного сонотрода необходимо определить варьируемые параметры, описывающие пространственную форму инструмента, при ограничениях на рабочую собственную и соседние "паразитные" частоты колебаний $\omega_p=\omega^*=const$; $\omega^-\le\omega^*-\Delta\omega$; $\omega^+\ge\omega^*+\Delta\omega$.

Однако в силу возможности использования автоподстройки генератора наиболее эффективным является использование математической постановки, в которой рабочая частота не фиксируется жестко, а задается некоторый диапазон, в который она должна попадать $\omega_p\le\omega^*+\Delta\omega^*$; $\omega_p\ge\omega^*-\Delta\omega^*$.

Математическая модель сонотрода строилась с использованием восьмиузловых объемных КЭ. На рис.3 и рис.4 приведены поля коэффициентов чувствительностей собственных частот к добавлению материала на поверхностях сонотрода.

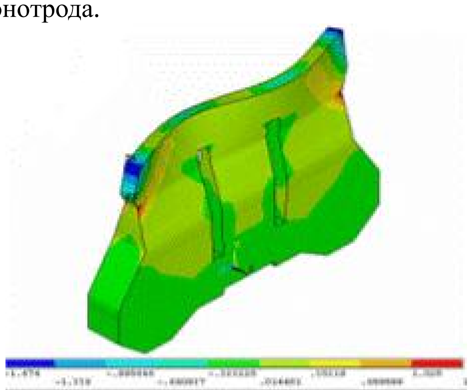

Рис. 3 - Четвертая собственная частота.

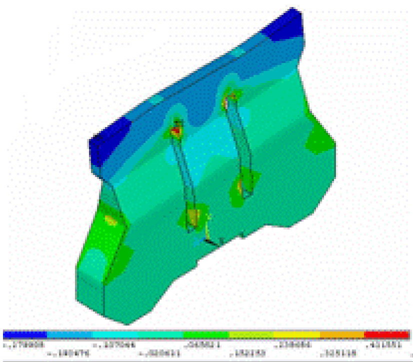

Рис. 4 - Пятая собственная частота.

В статье рассмотрены проблемы, возникающие при разработке на единой научно-методологической основе методов анализа чувствительности. Исследованы вычислительные этапы анализа чувствительности конечномерных и континуальных моделей конструкций, обладающих высоким уровнем адекватности реальным физико-механическим процессам различной природы. Рассмотрены прикладные задачи анализа чувствительности динамических характеристик для сложных составных конструкций к отклонению геометрических и физико-механических параметров на основе уточненных моделей.

Список литературы: **1.** *Piegl L.A.* Ten challenges in computer-aided design. // Computer-aided design. -2005. - №37. - P. 461-470. **2.** http://www.cimdata.com/ **3.** *Грабченко А.І., Доброскок В.Л., Чернишов С.І.* Система моделирования рабочих процессов интегрированных технологий. // Сучасні технології у машинобудуванні: Збірник наукових статей – Харків: НТУ «ХПІ», 2007. С. 236-268. **4.** *Кунву Ли.* Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – СПб.: Питер, 2004. – 560с. **5.** *Назаренко С.А* Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы // Вестник НТУ «ХПИ». 2006. № 32. С. 119-122. **6.** *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.. **7.** *Алехин В.И., Акимов О.В., Марченко А.П.* Компьтерно-интегрированное моделирование литейных процессов в блоке цилиндров Daewoo Sens // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ „ХПИ”, 2008. – Вып.2. – С.3-7.

Поступила в редколлегию 27.04.2009