

**ТОЧНОСНИЙ АНАЛІЗ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНОЇ СХЕМИ  
ОБЧИСЛЕННЯ КВАТЕРНІОНА ПОВОРОТУ  
НА МОДЕЛІ КОНІЧНОГО РУХУ**

**Плаксій Ю.А.**

*Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

В рамках задачі визначення кватерніонів орієнтації в БІНС розглядається дробово-раціональна схема (ДРС) обчислення кватерніона повороту на такті обчислень  $[t_{n-1}, t_n]$ :

$$\Delta\Lambda_n = \left( \frac{1-\chi_n^2}{1+\chi_n^2}, \frac{2\chi_{n1}}{1+\chi_n^2}, \frac{2\chi_{n2}}{1+\chi_n^2}, \frac{2\chi_{n3}}{1+\chi_n^2} \right), \quad (1)$$

де  $\chi_{ni} = \frac{\theta_{ni}}{\theta_n} \operatorname{tg} \left( \frac{\theta_n}{4} \right)$  - компоненти прирощення вектора кінцевого повороту  $\overrightarrow{\chi_{ni}}$  на такті,  $\theta_{ni}$  - проєкції прирощення вектору орієнтації  $\overrightarrow{\theta_n}$  на зв'язані осі,  $\theta_n = |\overrightarrow{\theta_n}| = \sqrt{\theta_{n1}^2 + \theta_{n2}^2 + \theta_{n3}^2}$ . На практиці для обчислення кватерніона повороту за формулою (1) треба попередньо застосувати алгоритм визначення  $\chi_{ni}$  або  $\theta_{ni}$  на основі квазікоординат  $\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t) dt$ , ( $i = 1, 2, 3$ ), що формуються на виходах датчиків кутової швидкості.

Для спрощення формули (1) в умовах малої величини такту  $\Delta t = t_n - t_{n-1}$  застосуємо апроксимацію  $\operatorname{tg}(\theta_n/4) = \theta_n/4$ , тоді формула (1) набуває вигляду:

$$\Delta\Lambda(t_n) = \left( \frac{1-a^2\theta_n^2}{1+a^2\theta_n^2}, \frac{2a\theta_{n1}}{1+a^2\theta_n^2}, \frac{2a\theta_{n2}}{1+a^2\theta_n^2}, \frac{2a\theta_{n3}}{1+a^2\theta_n^2} \right), \quad (2)$$

де  $a = 0.25$ . Така апроксимація зберігає автоматичне виконання умови нормування кватерніона повороту  $\|\Delta\Lambda(t_n)\| = 1$ .

Проведений чисельний експеримент на еталонній моделі конічного руху [1] для низки алгоритмів орієнтації показав, що використання схеми (2) завжди забезпечує виконання умови нормування результуючого кватерніона в межах похибки комп'ютерних обчислень. При цьому використання ДРС (2) при  $\theta_{ni} = \theta_{ni}^*$  в алгоритмі орієнтації за оцінкою похибки накопиченого дрейфу відповідає методу другого порядку точності. Застосування алгоритму Міллера [2] для обчислення  $\theta_{ni}$  і подальшого обчислення кватерніона повороту на основі розкладень  $\Delta\Lambda_n$  в ряд по степеням  $\theta_{ni}^*$  має набагато кращі оцінки похибки накопиченого дрейфу, ніж коли безпосередньо ДРС застосовується.

**Література:**

1. Плаксій Ю.А., Кузнецов Ю.О. Аналітично-чисельне моделювання процесу орієнтації твердого тіла в кватерніонах через послідовність ейлерових кутів для точного аналізу алгоритмів орієнтації в БІНС. //Вісник НТУ «ХПІ»: №2(2023). – Серія: «Динаміка і міцність машин». Харків. С.58-64.
2. Miller R.B. A new strapdown attitude algorithm // Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 6, No 4, 1983. PP.287–291.