ПОЛЗУЧЕСТЬ ТЕЛ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Лавинский Д.В, Морачковский О.К., Перепелица А.В., Соломонова Я.В.
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»,
г. Харьков

В работе сформулированы общие уравнения теории ползучести ортотропных материалов, система уравнений плоских начально-краевых задач теории ползучести и дана их конечно-элементная формулировка. Предложены методы и алгоритмы расчетов анизотропных плоских тел на ползучесть, которые реализованы в данной работе в виде программ для ПЭВМ.

Равновесие любой точки тела в произвольный момент времени при плоском напряженном состоянии или плоской деформации определяется следующей системой уравнений $\sigma_{ij,j} + f_i = 0, \quad (i,j=1,2) \quad x_1, x_2 \in V; \ \sigma_{ij} n_j = p_i$, $x_1, x_2 \in S_2$. Движение точек тела при ползучести будем описывать в рамках Лагранжевого подхода: $v_1 = du_1/dt = \dot{u}_1; \quad v_2 = du_2/dt = \dot{u}_2$ и при малых деформациях: $\varepsilon_{11} = \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}, \ \varepsilon_{22} = \dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}, \ \varepsilon_{12} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_1}{\partial x_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)$. Уравнения состояния:

$$\underline{\dot{c}} = \frac{\dot{D}}{\sigma_V}\left(\underline{a} + \frac{1}{\sigma_2}[B]\underline{\sigma}\right), \ \frac{d}{dt}\underline{\varpi}^{\beta} = \phi(\omega,\sigma)[\Omega]\left(\underline{\sigma}^{\beta}\right), \ \varpi^{\beta}(0) = 0, \omega(0) = 0, \quad \frac{d}{dt}\omega = F(\omega,\sigma),$$

$\omega(t_*) = \omega_*$, где $\underline{\varpi}^{\beta}, \omega$-вектор составленный по симметричной части тензора повреждаемости векторы $\underline{\dot{c}} = \left(\dot{c}_{11}, \dot{c}_{22}, \dot{c}_{33}, \dot{c}_{12}, \dot{c}_{23}, \dot{c}_{31}\right)^T, \phi(\omega,\sigma), F(\omega,\sigma)$ - известные для каждого материала функции, $[\Omega]$ - матрица, составленная из коэффициентов анизотропии свойств поврежденного материала, ω_*, t_* - предельное значение меры и время до завершения повреждаемости при окончании процесса скрытого разрушения в некоторой точке тела, ω - скалярный параметр повреждаемости, $\dot{D} = \underline{\boldsymbol{\sigma}}^T \underline{\dot{c}}$ - удельная мощность диссипации ползучести, $\dot{\omega} = \dot{\omega}(\sigma_e, \omega; T)$, $\underline{a} = \left(a_{11}, a_{22}, a_{33}, 0,0,0\right)^T$ - вектор и $[B]$- матрица, элементы которых определяют материальные постоянные, введенные для учета разносопротивляемости и исходной ортотропии свойств ползучести.

Задачи изотропной ползучести и вязкопластичности плоских тел ранее были успешно разрешены по схеме метода конечных элементов (МКЭ). Эффективность МКЭ в расчетах конструкций позволяет использовать этот метод для расчетов на ползучесть анизотропных тел. Разрешающее уравнение МКЭ в матричной форме имеет вид: $[K]\underline{\dot{\delta}} = \underline{\dot{F}} + \underline{\dot{F}}_c, \ [K] = \sum\limits_{e} \int\limits_{V^e} [B]^T [D][B] dV,$ – глобальная матрица жесткости, которая зависит лишь от упругих характеристик материала тела; $\underline{\dot{F}} = \sum\limits_{e} \int\limits_{\Sigma_2^e} [N]^T \underline{\dot{p}} d\Sigma, \ \underline{\dot{F}}_c = \sum\limits_{e} \int\limits_{V^e} [B]^T \underline{\sigma}^* dV$ - векторы, составляющие глобальный вектор нагружения тела и фиктивных сил, определяемых деформациями ползучести.