СЕКЦІЯ 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В МЕХАНІЦІ І СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

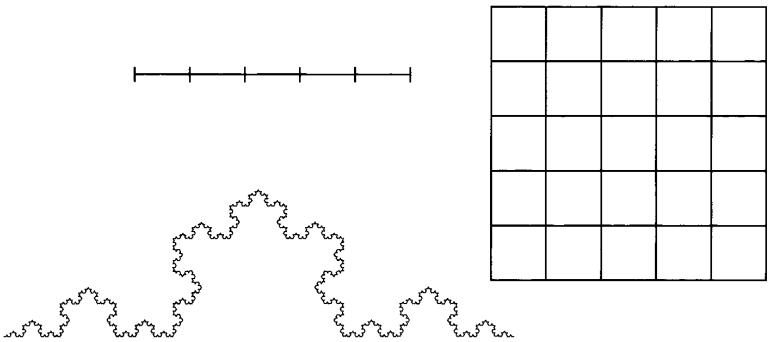
ФРАКТАЛЬНА (ДРОБОВА) РОЗМІРНІСТЬ ХАУСДОРФА

Адашевська І.Ю., Краєвська О.О., Богацька А.С.
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
м. Харків

В роботі розглянуто питання щодо основних властивостей розмірності Хаусдорфа у метричному просторі.

Розмірність Хаусдорфа - природний спосіб визначити розмірність множини в метричному просторі. Відзначимо лише основні властивості розмірності Хаусдорфа:

1. 1-мірна Хаусдорфа для гладких кривих збігається з їхньою довжиною;
2. 2-мірна Хаусдорфа для гладких поверхонь збігається з їхньою площиною;
3. d-мірна Хаусдорфа множини R^d збігається з їхнім d-мірним об'ємом.



На рисунку показано, як, маючи в своєму розпорядженні деяке ціле число (в цьому випадку $\boldsymbol{b = 5}$), можна розбити прямолінійний відрізок одиничної довжини на $\boldsymbol{N = b}$ підінтервалів, довжина кожного з яких дорівнює $\boldsymbol{r = 1/b}$. Аналогічно ми можемо розділити одиничний квадрат на $\boldsymbol{N = b^2}$ менших квадратів з довжиною сторони $\boldsymbol{r= 1/b}$. В обох випадках величина $\boldsymbol{lnN/ln(1/r)}$ є розмірністю подібності цієї фігури, - величина, про яку шкільна геометрія не вважає за потрібне згадувати, оскільки це значення зводиться до евклідової розмірності. Нижня фігура - це потрійна крива Коха або третина узбережжя острова Коха. Її також можна розбити на подібні до вихідної кривої фігури меншого розміру, при цьому $\boldsymbol{N} = 4$, а $\boldsymbol{r = 1/3}$. Розмірність подоби $\boldsymbol{D = lnN/ln(1/r)}$ в цьому випадку виявляється дробовим числом (її значення ~ 1,2618), не знаходячи собі аналогів в стандартній геометрії. Хаусдорф показав, що величина **D** може бути вельми корисною в математиці і що вона збігається з хаусдорфовою, або фрактальною, розмірністю. Я ж стверджую, що без величини **D** не обійтися і в природничих науках.» *(«Фрактальна геометрія природи»).*