ISSN 2222-2944. Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров‘я. 2017. Ч. I

ОРТОГОНАЛЬНІ ТА ЕЛЕМЕНТАРНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ МАТРИЦЬ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПРОБЛЕМИ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ

Грищенко В.М., Бредихін І.О.
Національний технічний університет «Харківській політехнічний інститут», м. Харків

Визначення спектру частот в прикладних задачах лінійної та нелінійної теорії коливань, динаміці машин, стійкості та інших залишається актуальною проблемою. Узагальнена проблеми EigenValue має наступний вигляд:

$$K\,x = \lambda\,M\,x\,.$$

Принципово її рішення зводиться до ітераційних процедур Тенденція до зростання порядків розрахункових рівнянь, що можуть досягати десятки тисяч і більше, пред'являє підвищені вимоги до теоретичного обґрунтування та удосконалення всіх складових алгоритмів та впровадження нових підходів рішення цієї проблеми. Для суттєвого прискорення ітераційних методів пошуку *(λ, x)* дві матриці *(K, M)* попередньо спрощують.

В роботі аналізуються потенціальні можливості ортогональних перетворень обертання та стійких елементарних для попереднього спрощення форми матриць узагальненої проблеми: *(К, М)* -> *(L, E)*

Для цілеспрямованого перетворення пучка формуються послідовні ланцюги з простих лівих та правих стійких перетворень еквівалентності з використанням матриць перестановок π_{ij} , матриць повертань R_{ij}, елементарних неунітарних матриць типу T_{ij}, випробувані схеми QZ алгоритму.

Схема одного з варіантів для випадку невироджених матриць така:

1. *Маштабування пучка матриць.*
2. *. Приведення матриці М до трикутної форми.*
3. *Приведення узагальненої проблеми до стандартної.*

$$(K - \lambda\, M) \text{->} (K_1 - \lambda\, E).$$

4. *Ортогональне приведення матриці К до форми Хесенберга*
5. *Приведення матриці Хесенберга до ланцюгової форми*

$$(K - \lambda M) \text{->} \left(\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \times & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \right)$$

На прикладі невиродженої матриці 7-го порядку наведені порівняльні результати заключних форм Хесенберга та ланцюгової:

$$\begin{bmatrix} 0.064 & -0.167 & 0.344 & -0.428 & -.0.037 & -0.503 & -1.435 \\ 1.166 & 0.423 & -1.968 & -3.455 & -1.942 & 1.814 & -12.429 \\ \bullet & 1.151 & 0.512 & 0.893 & 0.236 & -0.210 & 4.282 \\ \bullet & \bullet & 0.905 & 2.543 & 0.898 & -0.272 & 4.932 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0.850 & 1.010 & 0.682 & 2.048 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.143 & 0.767 & 0.193 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.037 & 0.963 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 185.56 \\ 1.166 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & -1358.75 \\ \bullet & 1.151 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 3930.81 \\ \bullet & \bullet & 0.905 & \bullet & \bullet & \bullet & -5199.63 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0.850 & \bullet & \bullet & 4417.22 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.143 & \bullet & -431.15 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.037 & 6.28 \end{bmatrix}.$$

Видно, що розріджена форма може надавати певні переваги та виграш у економічності подальших операцій.