

## СЕКЦІЯ 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В МЕХАНІЦІ І СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

### ІНВАРІАНТНІСТЬ КІЛЬКІСНИХ МІР СТАТИЧНОГО ТА КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ СИСТЕМ ТІЛ

Абросимов А.С., Антипов Я.М., Кучма М.В., Лавінський Д.В.,  
Морачковський О.К.

*Національний технічний університет  
«Харківській політехнічний інститут», м. Харків*

У курсовій роботі з теоретичної механіки для спеціалізації комп'ютерна механіка передбачено комп'ютерні розрахунки на базі програмного комплексу «КІДІМ», у яких для заданих варіантів розрахункових схем щодо аналізу статички необхідно визначити реакції в'язей плоских, складених та просторових систем тіл, а з кінематики - кінематичні характеристики тіл та окремих їхніх точок, абсолютні швидкості й пришвидшення точки у складному русі разом з тілом  $D$ , що обертається навколо нормальній до площині осі, яка проходить через точку  $O_1$ . Закони руху задані незалежними від часу кутом обертання  $\Phi_e$ , та відносного руху –  $OM(t)$ . Дослідження зі статички виконуються при варіюванні  $\alpha$  - кута нахилу однієї з зовнішніх сил  $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$ . Дослідження з кінематики виконуються при варіюванні  $t$  [ $0 \leq t \leq t_*$ ] - часу.

Головний вектор довільної системи сил є інваріантним (незмінним) стосовно вибору центра зведення. Тому головний вектор називають *першим статичним інваріантом*. Скалярний добуток головного вектора і головного моменту даної системи сил не залежить від вибору центра зведення і називається *другим статичним інваріантом*. Таким чином,  $I_1 = \vec{F}_0$ ;  $I_2 = \vec{F}_0 \cdot \vec{M}_0$  є інваріантами. Тут мова йде ще й про те, що для будь-якої просторової системи сил величини  $\vec{F}_0$ ,  $\vec{M}_0$  є сталими і не залежними від вибору центра зведення. Щодо інваріантності кінематичних характеристик, то як відомо, вектор  $\vec{\omega}$  є ковзний вектор та є першим кінематичним інваріантом, оскільки він не змінюється при переміщенні. В більш вузькому сенсі першим інваріантом є квадрат вектора  $\omega$ , тобто  $I_1 = \vec{\omega}^2$ . Другим кінематичним інваріантом є скалярний добуток вектора швидкості довільної точки тіла та вектора  $\vec{\omega}$ :  $I_2 = \vec{v} \cdot \vec{\omega}$ . Доведення інваріантності кількісних мір статичного та кінематичного аналізу систем тіл відомо з курсу теоретичної механіки і застосовується у курсовій роботі при перевірці обчислювальних розрахунків на базі програмного комплексу «КІДІМ». У статичному аналізі перевірку значення реакцій в'язей плоских, складених та просторових систем тіл надає слідство незалежності головних векторів сил та моменту сил від вибору центра зведення. При кінематичному аналізі незалежно від вибору координатного або векторного методу перевірку значення надає рівність між відповідними проекціями та модулями векторних кінематичних характеристик, як тіл, так й окремих їхніх точок. При координатному методі маємо перевагу бо окремо не треба визначати пришвидшення Кориоліса.

Висновки. Отримані залежності для інваріантів мають самостійне значення і їх можна використовувати для встановлення дійсних значень статичних та кінематичних величин за результатами комп'ютерних розрахунків.