

ПОШИРЕННЯ КРИВОЇ ВІВІАНОЇ НА ПОВЕРХНЮ ТОРА

Сидоренко О.С.

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків

Крива Вівіані, ‘вівіана’ є лінією перетину сфери радіусу R та колового циліндру, твірна якого проходить через центр сфери, а радіус дорівнює $0.5 R$. Багато архітектурних пам’яток (храмів, соборів), увінчаних півсферичною покрівлею (куполом), мали на цій покрівлі вікна, контуром яких була ‘вівіана’. Проте півсферичні поверхні не є поодинокими. Так у промисловості поширено використовують хімічні апарати з кришками та днищами конічної або еліптичної форми, різноманітні параболоїди обертання, торові балони тощо. Тому актуальною є побудова та дослідження ‘вівіан’ на таких поверхнях.

Класичну криву Вівіані описують у неявному виді системою рівнянь $(x - r)^2 + y^2 = r^2$ та $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, або у параметричному виді $x = R \cdot \cos^2(u)$, $y = R \cdot \cos(u) \cdot \sin(u)$, $z = \pm R \cdot \sin(u)$.



Рис.1. Схеми горизонтального і вертикального алгоритмів Вівіані

Торова поверхня має дві частини: зовнішню та внутрішню. Тому розглянемо побудову ‘вівіан’ на обох та розташуємо їх діаметрально протилежно. При цьому для кожного z -рівня поточних точок торових ‘вівіан’ існує два R_z : R_{z3} – зовнішній та R_{zB} – внутрішній. Як приклад, розглянемо ‘вівіану’ на торі, який описується рівнянням $R_1^2 - (\sqrt{(x^2 + y^2)} - R)^2 - z^2 = 0$, з наступними вихідними параметрами: $R = 60$, $R_1 = 50$ – радіуси кільця та самого тора; $X_{сз} = R + R_1/2$, $X_{св} = R - R_1/2$ – x -координати центрів циліндрів

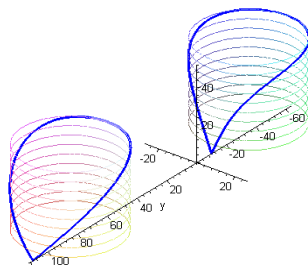


Рис. 2. Торові криві Вівіані на циліндричних поверхнях

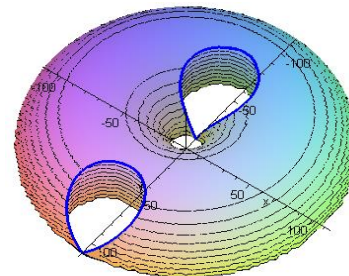


Рис. 3. Криві Вівіані на торовій поверхні

Розроблений алгоритм показав свою придатність на поверхні тора. Він відрізняється своєю простотою та наочністю і дозволяє будувати за раз декілька ліній перетину. Являє інтерес визначення інтегральних характеристик ‘вівіан’, проте, при необхідності, це можна зробити методами математичного аналізу шляхом інтегрування їх параметричних рівнянь.