ОЦІНКА СТІЙКОСТІ ПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ

Бєломитцев А.С., Дружинін Є.І.
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків

Розглянемо систему з n степенями вільності, рух якої описує неавтономне диференціальне рівняння

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \qquad (1)$$

де y - 2n-мірний вектор стану, φ - 2n-мірна вектор-функція, T_1-періодична по явно вхідному часу t: $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$.

Оцінка стійкості періодичних розв’язків рівняння (1) важлива з точки зору фізичної реалізовності відповідних періодичних коливань, а також у зв’язку з можливими біфуркаціями періодичних рухів системи.

Визначення періодичного розв’язку рівняння (1) може бути зведено до розв’язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \qquad (2)$$

де $y_0 = y(0), y_T = y(T)$ - вектори стану системи в моменти часу $t = 0$ і $t = T$, $T = rT_1$.

Одним з найбільш ефективних методів розв’язання рівняння (2) є ітераційний процес методу Ньютона

$$\begin{cases} \left[\left(\dfrac{\partial y_T}{\partial y_0}\right)_{\nu} - E\right] z^{\nu} = y_T\left(y_0^{\nu}\right) - y_0^{\nu} \\ y_0^{\nu+1} = y_0^{\nu} - z^{\nu}, \nu = 0,1,2,..., \end{cases} \qquad (3)$$

який дозволяє також обчислювати мультиплікатори λ_i рівняння у варіаціях

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_{y=\xi(t)} \cdot x, \qquad (4)$$

де $y = \xi(t)$ - періодичний розв’язок рівняння (1).

Мультиплікатори λ_i рівняння у варіаціях є власними значеннями матриці монодромії, що дорівнює матриціанту рівняння (4) при t=T і обчислюється на додатковому шагу ітераційного процесу (3).

Періодичний розв’язок рівняння (1) є асимптотично стійким, якщо спектральний радіус рівняння у варіаціях (4)

$$\rho = \max_i |\lambda_i| < 1,$$

тому втрата стійкості періодичного розв’язку рівняння (1) пов’язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу.