

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ TS КОЛИВАНЬ П'ЄЗОРЕЗОНАТОРА З ГРАДІЄНТОМ АМПЛІТУДИ КОЛИВАНЬ В ПЛОЩИНІ РЕЗОНАТОРА

Хуторненко С.В., Васильчук Д.П., Семенець Д.А.

Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків, м. Артемівськ

Розробка сучасних п'єзореzonансних пристроїв генерування та селекції частоти з керуванням за частотою потребує розробки нових та вдосконалення існуючих математичних моделей керованих п'єзореzonаторів. В роботі отримана математична модель коливань п'єзоелемента резонатора при наявності градієнта амплітуди коливань в площині елемента.

Математична модель TS (товщинно-зрушувальних) коливань п'єзоелемента з градієнтом електричного поля збудження уздовж координати X_3 згідно [1] має вид:

$$\begin{cases} \tilde{N}_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \tilde{N}_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} - e_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2 \partial x_3} = -\rho \omega^2 u_1 \\ e_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_3} + \varepsilon_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = 0 \end{cases}$$

де e_{kp}, ε_{ij} – п'єзоелектричні і діелектрична постійні матеріалу; N_{44} – постійна пружності; ρ – щільність п'єзокристалу; u_1 – механічний зсув; φ – потенціал.

Після розділення змінних в системі диференціальне рівняння має вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{44}(\varepsilon_{11} - e_{11}^2) \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^4} + \tilde{N}_{44} \varepsilon_{33} \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_3^4} + [\tilde{N}_{44}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}) + e_{14}^2] \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} + 2e_{11}e_{14} \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^3 \partial x_3} = \\ = -\rho \omega^2 \left[\varepsilon_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right] \end{aligned}$$

Рішення цього рівняння представимо у вигляді:

$$u_1(x_2, x_3) = (1 + kx_3^2)U_1 \sin \eta x_2,$$

де η – хвильове число, k – коефіцієнт, який характеризує градієнт амплітуди.

Виходячи з цього при допущенні сталих коефіцієнтів пружності, відсутності дисипації, з врахуванням локалізації коливань у центрі резонатора ($x_3 = 0$), отримано дисперсійне рівняння:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{C_{44}(\varepsilon_{11} - e_{11}^2)\eta^2 - 4e_{11}e_{14}k}{\frac{2}{\eta^2} \varepsilon_{33}k - \varepsilon_{11}}}.$$

Отриманий результат показує залежність частоти резонатора від градієнту амплітуди коливань у площині елемента та змогу керування частотою.

Література:

1. Васильчук Д.П. Модель толщинных колебаний пьезоэлектрических пластин с градиентным полем управления / А.Г. Лебідь, Д.А. Семенець, Д.П. Васильчук // Наукові праці ДНТУ. Серія обчислювальна техніка та автоматизація. – Донецьк: ДонНТУ. – 2013. – №2 (25). – С. 239-245.