ТЕРМОДИНАМІЧНІ ОСНОВИ ПОВЗУЧОСТІ

Морачковський О.К.
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків

По-перше, визначимося зі змінними стану. В основу термодинаміки незворотних процесів покладені внутрішні і зовнішні змінні стану, і вирази вільної енергії Гельмгольца, яка є функцією від змінних стану. Вільну енергію Гельмгольца конкретизуємо у вигляді: $F = F(e_{ij}, T, \omega)$, де малі деформації – ε_{ij}, $\varepsilon_{ij} = e_{ij} + c_{ij}$, e_{ij}, c_{ij} - тензори деформації пружності, необоротної деформації повзучості, Т – температура, ω - параметр пошкоджуваності внаслідок повзучості є внутрішні змінні стану. Похідна за часом від вільної енергії Гельмгольца має вигляд $\dot{F} = \partial F/\partial e_{ij}\dot{e}_{ij} + \partial F/\partial\omega\dot{\omega} = \partial F/\partial e_{ij}\dot{e}_{ij} - Y\dot{\omega}$, де $\sigma_{ij} = \partial F/\partial e_{ij}$, $Y = -\partial F/\partial\omega$, де σ_{ij}, Y - тензор напруження та термодинамічна сила, поєднана з внутрішніми змінними стану - e_{ij}, ω. Їхня зміна задовольняє нерівності Клаузіуса-Дюгема:

$$\Gamma = (\sigma_{ij} - \partial F/\partial e_{ij})\dot{\varepsilon}_{ij} + \sigma_{ij}\dot{c}_{ij} + \dot{\omega}Y \ge 0 .$$

Відомо, що $\dot{e}_{ij}$ не залежить від $\dot{c}_{ij}$ і $\dot{\omega}$, і ми можемо записати $\tilde{A} = \dot{c}_{ij}\,\sigma_{ij} + \dot{\omega}Y$ і 0. Звідки маємо: $(\dot{c}_{ij} - \dot{\lambda}\partial\Phi/\partial\sigma_{ij})\sigma_{ij} + (\dot{\omega} - \partial\Phi/\partial Y)Y \ge 0$. Враховуючи, що σ_{ij} і Y є незалежними, знаходимо: $\dot{c}_{ij} = \dot{\lambda}\partial\Phi/\partial\sigma_{ij}$, $\dot{\omega} = \partial\Phi/\partial Y$.

По-друге, визначимо потенціал дисипації. Введемо в розгляд незалежні між собою термодинамічні сили $\tilde{\sigma}_{ij}$ і $\tilde{Y}$, що пов'язані з внутрішніми змінними стану c_{ij} та ω: $\sigma_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij}(1-\omega)$, $Y = \tilde{Y}(1-\omega)$, та наступні інваріантні величини: $J_2(\sigma_{ij}) = \sigma_i^2$, $\sigma_i = \sqrt{3/2 s_{ij}s_{ij}}$ - інтенсивність напружень Мізеса, $s_{ij} = \sigma_{ij} - (\sigma_{kk}/3)\delta_{ij}$ - компоненти девіатора тензора напружень; $Q, \bar{Q}$ - енергії термічної активації процесів повзучості та пошкоджуваності, відповідно. Потенціал дисипації приймаємо у вигляді:

$$\Phi(\sigma_{ij}, \omega, T) = J_2(\sigma_{ij})\exp(-Q/RT) + \Phi_Y(Y)\exp(-\bar{Q}/RT),$$

$$\Phi_Y = Y_*\left(Y/Y_T\right)^{r+1}(1-\omega)^{-m}, \quad 0 \le \omega \le 1,$$

де Y_T, r, m - матеріальні постійні, R - універсальна газова постійна.

Наприкінці, отримаємо рівняння стану повзучості. Введемо: $\dot{c}_i = \sqrt{2/3\dot{c}_{ij}\dot{c}_{ij}}$ - еквівалентну швидкість деформації повзучості так, що $\dot{c}_{ij}\sigma_{ij} = \dot{c}_i\sigma_i$. Враховуючи ці рівності можна записати $\dot{\lambda} = \dot{c}_i/(2\sigma_i)\exp(-Q/RT)$ та рівняння стану матеріалу при необоротному деформації повзучості та пошкоджуваності внаслідок повзучості у вигляді:

$$\dot{c}_{ij} = \frac{3}{2}b\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^m}\exp(-\frac{Q}{RT})s_{ij}, \quad \dot{\omega} = d\frac{\sigma_e^r}{(1-\omega)^m}\exp(-\frac{\bar{Q}}{RT}),$$

де $b, n, m, Q, d, r, \bar{Q}$ – матеріальні сталі, - універсальна газова стала.