РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ДЕФОРМУВАННЯ

Лавінський Д. В., Морачковський О.К.
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків

Електромагнітні процеси при відсутності вільних зарядів описуються наступною системою фундаментальних рівнянь Максвелла:

$$rot\ \vec{H} = \varepsilon_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}\ ,\ rot\ \vec{E} = -\mu_c \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},\ div\vec{H} = 0,\ div\vec{E} = 0\ , \quad (1)$$

де $\vec{j},\ \vec{E},\ \vec{H}$ – густина струму, напруженості електричного й магнітного полів у матеріальній області, μ_c, ε_c – магнітна й електрична проникність. Зневажаючи конвекційними струмами, рівняння (1) можна доповнити матеріальними співвідношеннями:

$$\vec{D} = \varepsilon_c \vec{E},\quad \vec{B} = \mu_c \vec{H},\quad \vec{j} = \gamma_c \vec{E} + \gamma_c \left[\dot{\vec{u}} \times \vec{B} \right], \quad (2)$$

де $\vec{D},\ \vec{B}$ – вектори індукції електричного й магнітного полів у матеріальній області, γ_c – питома електрична провідність матеріалу матеріальній області.
Повна система рівнянь щодо компонентів тензорів напружень, деформацій і вектора переміщень, при заданих об'ємних і поверхневих силах, запишеться в наступному виді: рівнянь рівноваги - $\sigma_{ij,j} + f_i = 0,\ x_1, x_2, x_3 \in V$, де σ_{ij} – компоненти тензора напружень, f_i – компоненти вектора об'ємних пондеромоторних сил Лоренца, вектор яких у цьому випадку може бути обчислений: $\vec{F}_b(x_i) = \mu_c \left[\vec{j} \times \vec{H} \right]$; геометричних співвідношень Коші для малих деформацій - $\varepsilon_{ij} = 1/2(u_{j,i} + u_{i,j})$,де ε_{ij} – компоненти тензора деформацій, u_i – компоненти вектора переміщень; фізичні співвідношення

$$\varepsilon_{ij} = A_{ijkl}\sigma_{kl} + \alpha_{ij}\Delta T\ , \quad (3)$$

де ε_{ij}, σ_{kl} - компоненти тензорів деформацій і напружень, A_{ijkl} - компоненти тензора, прийнятого для опису властивостей матеріалу, α_{ij} - компоненти тензора властивостей температурного розширення матеріалу. У межах лінійної пружності матеріалу, співвідношення (8) відповідають узагальненому закону Гука. Для ізотропного матеріалу: $A_{ijkl} = \frac{1}{E}\left[(1+\nu)\delta_{ik}\delta_{jl} - \nu\delta_{ij}\delta_{kl} \right]$, де E, ν - модуль пружності й коефіцієнт Пуассона. Рівняння стану для випадків складних законів навантаження визначаються законами пластичного течії або рівняннями Прандтля-Рейса, а залежність між інтенсивностями напружень і деформацій приймається у вигляді $\sigma_i = H(\int d\varepsilon_i^p, T)$. Ці рівняння в прирощеннях пластичних деформацій і напружень представляються у вигляді:

$$\mathrm{d}(\varepsilon_{ij})_p = \frac{1}{2G}\left[\mathrm{d}\sigma_{ij} - \delta_{ij}\frac{3\nu}{1+\nu}\mathrm{d}\sigma_0 \right] + \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{d}(\varepsilon_{ij})_p \mathrm{d}(\varepsilon_{ij})_p} \cdot \frac{(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0)}{\sigma_i}, \quad (4)$$

де $\sigma_0 = 1/3\sigma_{kl}\delta_{kl}$, $\varepsilon_0 = 1/3\varepsilon_{kl}\delta_{kl}$ - середні напруження й деформації.