

# АНАЛІЗ БІФУРКАЦІЙ ПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ У ЗОНІ БАГАТОЗНАЧНОСТІ

Бєломитцев А.С., Дружинін Є.І.

*Національний технічний університет*

*”Харківський політехнічний інститут”, м. Харків*

Однією з основних властивостей нелінійних систем є можливість існування декількох усталених рухів при одному наборі параметрів системи.

Розглянемо систему, рух якої описує диференціальне рівняння

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \quad (1)$$

де  $y$  -  $2n$ -мірний вектор стану,  $\varphi$  -  $2n$ -мірна вектор-функція,

$T_1$ -періодична по явно вхідному часу  $t$ :  $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$ .

Змушені коливання такої системи можуть бути періодичними, майже періодичними та хаотичними. Зміна структури рухів в залежності від деякого параметру відбувається в першу чергу внаслідок біфуркацій періодичних рухів системи.

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де  $y_0 = y(0)$ ,  $y_T = y(T)$  - вектори стану системи в моменти часу  $t = 0$  і  $t = T$ ,  $T = rT_1$ .

Одним з найбільш ефективних методів розв'язання рівняння (2) є ітераційний процес методу Ньютона. Він дозволяє також обчислювати мультиплікатори  $\lambda_i$  рівняння у варіаціях, які використовуються для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань. Втрата стійкості періодичного розв'язку рівняння (1) пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. Цей вихід може здійснюватися трьома способами: 1) з'являється дійсний мультиплікатор  $\lambda_i < -1$ ; 2) з'являється дійсний мультиплікатор  $\lambda_i > 1$ ; 3) з'являється пара комплексно-спряжених мультиплікаторів  $|\lambda_i| = |\lambda_{i+1}| > 1$ . У першому випадку відбувається біфуркація подвоєння періоду: у точці втрати стійкості  $T$ -періодичного розв'язку народжуються 2 гілки  $2T$ -періодичних стійких розв'язків. Другий випадок – це так звана точка повороту АЧХ, в околі якої використовується алгоритм інвертування крайового завдання. Третя біфуркація призводить до народження майже періодичних коливань.

Розглянуті біфуркації були виявлені при розрахунку змушених коливань в різних моделях силових передач машин, джерелом збудження яких є двигун внутрішнього згоряння.