

АНАЛІЗ БІФУРКАЦІЙ ПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ В ДИСКРЕТНИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ

Беломитцев А.С., Дружинін Є.І.

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут» м. Харків

Розглядається комплекс методів аналізу вимушених коливань нелінійної системи, рух якої описується неавтономним векторним диференціальним рівнянням:

$$\dot{y} = j(t, y), \quad (1)$$

де y - $2n$ -мірний вектор стану, j - $2n$ -мірна вектор-функція, T_1 -періодична по явно вхідному часу t : $j(t, y) = j(t + T_1, y)$.

Усталені рухи такої системи можуть бути періодичними, майже періодичними та хаотичними. Зміна характеру руху відбувається в першу чергу внаслідок біфуркацій періодичних рухів, яким відповідають періодичні розв'язки рівняння (1).

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де $y_0 = y(0)$, $y_T = y(T)$ - вектори стану системи в моменти часу $t = 0$ і $t = T$, $T = rT_1$.

Для розв'язання рівняння (2) використовується ітераційний процес методу Ньютона, для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань обчислюються мультиплікатори I_i рівняння у варіаціях. Втрата стійкості періодичного розв'язку рівняння (1) пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. Цей вихід може здійснюватися трьома способами: 1) з'являється дійсний мультиплікатор $I_i < -1$; 2) з'являється дійсний мультиплікатор $I_i > 1$; 3) з'являється пара комплексно-спряжених мультиплікаторів $|I_i| = |I_{i+1}| > 1$.

У першому випадку відбувається біфуркація подвоєння періоду: у точці втрати стійкості T -періодичного розв'язку народжуються 2 гілки $2T$ -періодичних стійких розв'язків. Другий випадок – це точка розгалуження T -періодичних розв'язків або так звана точка повороту АЧХ. Третя біфуркація призводить до народження майже періодичних коливань.

Розглянуті біфуркації були виявлені при розрахунку вимушених коливань в різних моделях силових передач машин, джерелом збудження яких є двигун внутрішнього згорання.