

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Коновалов О.Я., Максимов Д.А.

Национальный технический университет

«Харьковский политехнический институт», г. Харьков

Задача продолжения потока импульсного магнитного поля Φ с поверхности проводящего цилиндра радиусом R в однородную изотропную среду (задача Коши) в цилиндрической системе координат состоит из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

и граничных условий

$$\Phi(R, z) = 0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 2\pi R B_z(R, z). \quad (3)$$

$B_z(\mathbf{R}, \mathbf{z})$ – осевая компонента вектора индукции магнитного поля на поверхности цилиндра.

Решение этой задачи, полученное при допущении аналитичности и четности $B_z(\mathbf{R}, \mathbf{z})$ методом частных решений, непрерывно зависящих от параметра λ , имеет вид

$$\Phi(r, z) = 2rR\sqrt{2\pi} \int_0^{\infty} [I_1(\lambda r)K_1(\lambda R) - I_1(\lambda R)K_1(\lambda r)] F(\lambda) \cos(\lambda z) d\lambda, \quad (4)$$

где $I_1(\lambda r)$, $K_1(\lambda r)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого порядка; $F(\lambda)$ – косинус-преобразование Фурье распределения $B_z(\mathbf{R}, \mathbf{z})$.

Несобственный интеграл решения (4) равномерно сходится на сегменте $r \leq R(1 + \alpha)$, если выполняется условие

$$|F(l)| < C_1 l \exp(-la). \quad (5)$$

Следует отметить следующую закономерность. Если магнитное поле создается импульсом тока, протекающего по металлической петле радиуса a , коаксиальной с проводящим цилиндром, косинус-преобразование Фурье распределения $B_z(\mathbf{R}, \mathbf{z})$ имеет вид

$$F(l) = \frac{m_0 a l}{\sqrt{2\pi R}} \frac{K_1(la)}{K_1(lR)}.$$

Используя зависимость (5) установлено, что радиус сходимости несобственного интеграла решения задачи продолжения магнитного поля в этом случае равен a .