

# ДОСЛІДЖЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ МУЛЬТИПЛІКАТОРІВ РІВНЯННЯ У ВАРІАЦІЯХ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ

Бєломитцев А.С., Дружинін Є.І.

*Національний технічний університет "ХПІ", Харків*

Розглядається система з  $n$  степенями вільності, рух якої описується неавтономним векторним диференціальним рівнянням

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \quad (1)$$

де  $y$  -  $2n$ -мірний вектор стану,  $\varphi$  -  $2n$ -мірна вектор-функція,

$T_1$ -періодична по явно вхідному часу  $t$ :  $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$ .

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де  $y_0 = y(0)$ ,  $y_T = y(T)$  - вектори стану системи в моменти часу  $t = 0$  і  $t = T$ ,  $T = rT_1$ .

Для розв'язання рівняння (2) використовується ітераційний процес методу Ньютона, для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань обчислюються мультиплікатори  $\lambda_i$  рівняння у варіаціях. При побудові АЧХ системи зміна частоти збурюючого діяння призводить до зміни мультиплікаторів рівняння у варіаціях, внаслідок чого мультиплікатори рухаються уздовж певних траєкторій. Аналіз цих траєкторій дозволяє зробити висновки відносно стійкості періодичних коливань та їх можливих біфуркацій у точках втрати стійкості.

Втрата стійкості пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. Цей вихід може здійснюватися трьома способами: 1) з'являється дійсний мультиплікатор  $\lambda_i < -1$ ; 2) з'являється дійсний мультиплікатор  $\lambda_i > 1$ ; 3) з'являється пара комплексно спряжених мультиплікаторів  $|\lambda_i| = |\lambda_{i+1}| > 1$ .

У першому випадку відбувається біфуркація подвоєння періоду: у точці втрати стійкості  $T$ -періодичного розв'язку народжуються 2 гілки  $2T$ -періодичних стійких розв'язків. Друга біфуркація характерна для так званої точки повороту, в якій крива залежності періодичного розв'язку від параметра "повертає" в протилежну сторону, стаючи багатозначною. Для розрахунку періодичних коливань в околі такої точки зручно використовувати алгоритм інвертування краєвого завдання. Третя біфуркація призводить до народження майже періодичних коливань. Розглянуті біфуркації були виявлені при розрахунку вимушених коливань в двохмасовій моделі приводу розподільного валу паливних насосів дизеля з антивібратором.