

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Беломитцев А.С.

*Національний технічний університет
"Харківський політехнічний інститут", Харків*

Розглядається система з n степенями вільності, рух якої описується неавтономним векторним диференціальним рівнянням

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \quad (1)$$

де y - $2n$ -мірний вектор стану, φ - $2n$ -мірна вектор-функція,

T_1 -періодична по явно вхідному часу t : $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$.

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де $y_0 = y(0)$, $y_T = y(T)$ - вектори стану системи в моменти часу $t = 0$ і $t = T$, $T = rT_1$.

Для розв'язання рівняння (2) використовується ітераційний процес методу Ньютона

$$\begin{cases} \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial y_T}{\partial y_0} \\ \frac{\partial y_0}{\partial y_0} \end{pmatrix}_n - E \right] z^n = y_T(y_0^n) - y_0^n \\ y_0^{n+1} = y_0^n - z^n, n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases}$$

для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань обчислюються мультиплікатори λ_i рівняння у варіаціях.

Втрата стійкості пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. Цей вихід може здійснюватися трьома способами: 1) з'являється дійсний мультиплікатор $\lambda_i < -1$;

2) з'являється дійсний мультиплікатор $\lambda_i > 1$; 3) з'являється пара комплексно спряжених мультиплікаторів $|\lambda_i| = |\lambda_{i+1}| > 1$.

У першому випадку відбувається біфуркація подвоєння періоду: у точці втрати стійкості T -періодичного розв'язку народжуються 2 гілки $2T$ -періодичних стійких розв'язків. Друга біфуркація характерна для так званої точки повороту, в якій крива залежності періодичного розв'язку від параметра "повертає" в протилежну сторону, стаючи багатозначною. Для розрахунку періодичних коливань в околі такої крапки зручно використовувати алгоритм інвертування краєвого завдання. Третя біфуркація приводить до народження майже періодичних коливань.

Розглянуті біфуркації були виявлені при розрахунку вимушених коливань в двохмасовій моделі приводу розподільного валу паливних насосів дизеля з антивібратором.