УДК 531

К.Ю. ПЛАКСІЙ, Ю.В. МІХЛІН, д.ф.-м.н., проф.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ТА РУХУ ПРУЖИННО-МАСОВОЇ СИСТЕМИ В ОКОЛІ РЕЗОНАНСУ

Розглядається пружинно-масова система, рівняння руху якої:

$$\varepsilon\ddot{x} + \varepsilon k_x x + \varepsilon^2 q x^3 + \varepsilon \cdot 2\eta_x \dot{x} = \varepsilon\gamma_1 y,$$
$$\ddot{y} + \omega_y^2 y + \varepsilon k_y y + \varepsilon \cdot 2\eta_y \dot{y} = \varepsilon k_y x, \tag{1}$$

де $k_x = \frac{\alpha+\gamma}{m}$, $q = \frac{\beta}{m}$, $\gamma_1 = \frac{\gamma}{m}$, $2\eta_x = \frac{l_1}{m}$, $\omega_y = \frac{k}{\sqrt{M}}$, $k_y = \frac{\gamma}{M}$, $2\eta_y = \frac{l_2}{M}$.

У системі (1) існують дві нелінійні нормальні форми коливань: форма зв'язаних коливань $x = x(t)$, $y = y(t)$, яка є нелокалізованою, та форма $x = x(t)$, $y \equiv 0$, що є локалізованою у першому наближенні.

Методом багатьох масштабів [1] отримано перше наближення розв'язку системи (1) з використанням вікових рівнянь другого наближення:

$$y_0 = 2C_{ay} e^{-\varepsilon \frac{L}{R} t} \cos(\omega_y t - \varepsilon \frac{S}{R} t + C_{by}), \tag{2}$$

$$x_0 = 2C_{ax} e^{(-\eta_x + \varepsilon \frac{D}{F})t} \cos(\omega_x t - \frac{QR}{2FL} e^{-2\varepsilon \frac{L}{R} t} - \varepsilon \frac{P}{F} t + C_{bx}) + 2\frac{\gamma_1}{N} C_a e^{-\varepsilon \frac{L}{R} t} t \times$$
$$\times [(k_x - \omega_y^2)\cos(\omega_y t - \varepsilon \frac{S}{R} t + C_{by}) + 2\eta_x \omega_y \sin(\omega_y t - \varepsilon \frac{S}{R} + C_{by})], \tag{3}$$

де $\omega_x = \sqrt{k_x - \eta_x^2}$, $R = 2\omega_y N$, $L = 2(\eta_y \omega_y N + k_y \gamma_1 \eta_x \omega_y)$, $S = k_y(\gamma_1(k_x - \omega_y^2) - N)$, $N = (k_x - \omega_y^2)^2 + 4\eta_x^2 \omega_y^2$, $F = 2\omega_x N W$, $Q = 6q\gamma_1^2 C_{ay}^2 W$, $P = k_y \gamma_1 N(\eta_x^2 - \omega_x^2 + \omega_y^2)$, $D = 2\omega_x \eta_x \gamma_1 k_y N$, $W = (\eta_x^2 - \omega_x^2 + \omega_y^2)^2 + 4\omega_x^2 \eta_x^2$.

Для дослідження перехідних процесів у системі (1) з використанням розв'язків (2), (3) була введена та побудована функція різниці власних частот по координатам x і y: $F(\Omega_x, \Omega_y) = \omega_x - \frac{\varepsilon Q}{F}(-1 + \varepsilon \frac{L}{R} t) - \varepsilon \frac{P}{F} - \omega_y + \varepsilon \frac{S}{R}$. Отримано, що при певних значеннях параметрів система (1) може потрапити в окіл внутрішнього резонансу та з плином часу відійти від нього.

В околі внутрішнього резонансу методом багатьох масштабів із введенням розладу були побудовані перші наближення розв'язку системи (1) як функції амплітуд та фаз, для яких отримана система нелінійних диференційних рівнянь. Остання за допомогою спеціальної заміни [2] була приведена до редукованої системи відносно повної енергії, різниці фаз φ та арктангенса відношення амплітуд ψ. Дослідження редукованої системи на рівноважні розв'язки показало, що форма зв'язаних коливань втрачає стійкість в околі резонансу, тоді як локалізована форма залишається стійкою незалежно від початкових умов та параметрів системи. Встановлено, що в околі резонансу відбувається перехід від нелокалізованої форми до локалізованої при $t \to \infty$. При цьому виникнення нових режимів коливань не відбувається.

На рис. 1 зображена залежність $\varphi(\psi)$. Пряма $\psi = 0$ відповідає формі зв'язаних коливань, а пряма $\psi = \pi/2$ - формі коливань, коли енергія локалізується на координаті x.

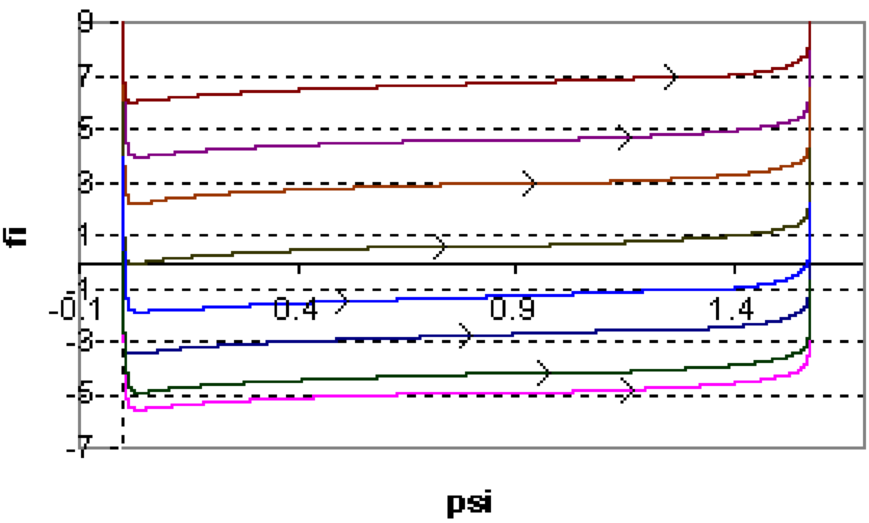

Рис.1. - Залежність $\varphi(\psi)$

Отримані графічні залежності у конфігураційному просторі для форм коливань підтверджують, що форма зв'язаних коливань є нестійкою в околі внутрішнього резонансу, а локалізована по x форма є стійкою.

Достовірність отриманих аналітичних результатів підтверджена чисельним експериментом.

Список літератури: **1.** *Найфэ А.Х.* Методы возмущений/ А.Х.Найфэ– М., Мир, 1973, 454с. **2.** *Wang F.* Nonlinear Normal Modes and Their Bifurcations for an Inertially-Coupled Nonlinear Conservative System / F.Wang, A.Bajaj, K.Kamiya// Purdue university, 2005, 54 p.