

ЗАЙКА А.Е., СЕВЕРИН В.П., профессор, д.т.н.

СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОЦЕНОК

При разработке систем автоматического управления (САУ) возникает задача многокритериального параметрического синтеза. Для решения этой задачи рекомендуется применять улучшенные интегральные квадратичные оценки (ИКО). Такие оценки определены только в области устойчивости САУ, что приводит к сложности использования численных методов оптимизации для синтеза систем.

Интегральные оценки характеризуют быстроту затухания и величину отклонения управляемой величины в совокупности, тем самым позволяют решать задачу синтеза системы управления как задачу нелинейного программирования.

Пусть задан характеристический многочлен как знаменатель передаточной функции системы $\alpha(s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i \cdot s^{n-i}$. Вначале проверим

необходимое условие устойчивости Стодолы $\alpha_i > 0, i = \overline{0, n}$. Затем построим матрицу Гурвица и приведем ее к треугольному виду методом Гаусса. На главной диагонали получим элементы первого столбца таблицы Рауса. Для того чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все элементы первого столбца таблицы Рауса были положительными.

Решение многокритериальной задачи оптимизации критериев качества в виде компромисса их использования может быть достигнуто за счет свертки этих критериев и перехода к минимизации улучшенной ИКО:

$$J(x) = \sum_{k=0}^l w_k J_k(x) .$$

Применяя такой подход к тестовой функции, мы имеем улучшение качества переходного процесса.

Для получения наилучшего результата минимизируем подынтегральную функцию. Получаем, что решением дифференциального уравнения является – графическое изображение экспонента.

Модифицированная улучшенная оценка:

$$I(x) = \int_0^{\infty} \left[z(x,t) + \tau_1 \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} + \tau_2 \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} \right]^2 dt , \text{ при } l = 2$$

Связь τ_1 и τ_2 с весовыми коэффициентами исходной оценки:

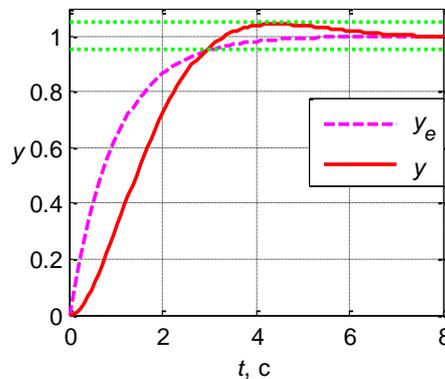
$$\tau_1^2 - \tau_2 = w_1$$

$$\tau_2^2 = w_2$$

Экстремаль такой оценки описывается дифференциальным уравнением второго порядка:

$$z(x,t) + \tau_1 \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} + \tau_2 \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

График экстремали и оптимального переходного процесса:



При минимизации функции интегральной оценки численными методами оптимизации при большом начальном шаге процесс поиска выходит за пределы области устойчивости и оптимальное значение не может быть достигнуто.

Применим пошаговый подход к минимизации оценок качества с помощью векторной целевой функции. Для перехода в область устойчивости из любой точки пространства параметров необходимо, минимизируя в текущей области уровня лишь одну соответствующую ей штрафную функцию, последовательно переходить в область уровня с большим индексом.

$$F(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0; \\ (k; -\rho_{k+1}(x)), & x \in H_k, \quad k = \overline{1, n-2}; \\ (n-1; I(x)), & x \in H_{n-1}. \end{cases}$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n \max\{-\alpha_i(x), 0\}$$

При оптимизации векторной целевой функции методом адаптации шага для системы второго порядка траектория поиска возвращается в область устойчивости. Минимум оценки можно определить с заданной точностью.

При оптимизации векторной целевой функции методом Нелдера-Мида для системы третьего порядка траектория поиска также возвращается в область устойчивости.

Список литературы: 1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц, 4-е изд. / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1988. – 552 с. 2. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – СПб. : Профессия, 2004. – 752 с. 3. Северин В. П. Моделі та методи оптимізації показників якості систем автоматичного керування енергоблоку атомної електростанції : Автореф. дис... д-ра техн. наук : 05.13.07 / В. П. Северин. – Харків : НТУ «ХПІ», 2007. – 35 с. 4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М. : Мир, 1975. – 536 с.

