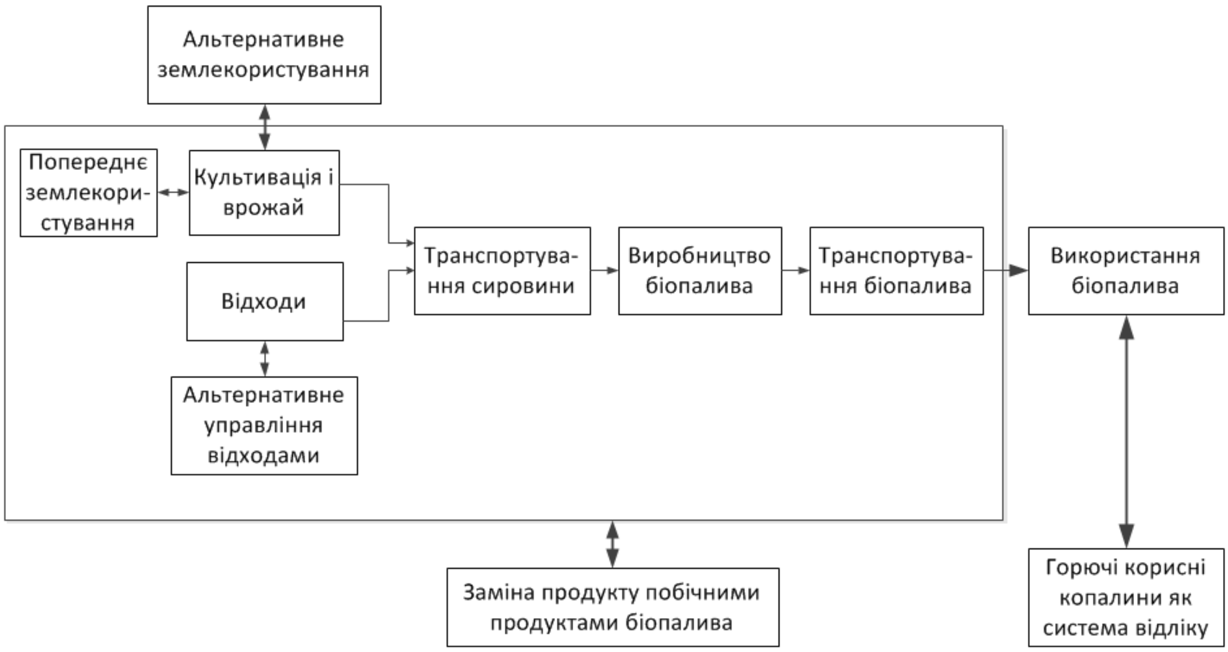

Рисунок – Границі системи для біопалива

Розробка міжнародних систем екологічного гарантування та сертифікації тісно зв’язана з розробкою нових видів біопалива. Незважаючи на всі досягнення на поприщі сертифікації біопалива, залишається ряд питань для вирішення. Існуючі схеми сертифікації потребують тривалої і активної участі зацікавлених сторін – науковців, виробників, споживачів, недержавних організацій, національних та міжнародних установ. Схеми гарантування з екології та сталого розвитку з’являються у важливих підгалузях, наприклад, Круглий стіл з сертифікації екологічно чистої пальмової олії (з 2004 р.). Проте аби схеми для підгалузей були успішні, необхідна як мінімум їх сумісність одна з одною.

МЕТОДИ АКТУАРНОЇ МАТЕМАТИКИ ОЦІНКИ ВИРОБНИЧИХ РИЗИКІВ ACTUARIAL MATHEMATICS ESTIMATION METHODS OF PRODUCTION RISKS

Г.В. Пронюк

Харківський національний університет радіоелектроніки

Анотація. В даній роботі розглянуто застосування математичного апарату марківських процесів для аналізу ризиків. Приведена область застосування даного методу, розглянуті обмеження при оцінці ризиків технічних систем, що вводяться. Показаний спосіб знаходження вірогідності подій і необхідної працездатності на прикладі технічної системи, що складається з двох елементів.
Ключові слова: ризик менеджмент, марківський процес, матриця переходів, граф станів.

Аннотация. В данной работе рассмотрено применение математического аппарата марковских процессов для анализа рисков. Приведена область применения данного метода, рассмотрены вводимые ограничения при оценке рисков технических систем. Показан способ нахождения вероятностей событий и требуемой работоспособности системы на примере технической системы, состоящей из двух элементов.
Ключевые слова: риск менеджмент, марковский процесс, матрица переходов, граф состояний.

Annotation. In the given work the application of mathematical bases of markov processes for the risk analysis is considered. The application space of the given method is reduced, imposed restrictions at risk estimation of the technical systems are considered. The method of finding of state probabilities and required capacity of the system on the example of the technical system consisting of two elements is shown.
Keywords: risk management, markov process, transition matrix, state graph.

Актуальність теми. Ризик властивий будь-якій формі людської діяльності, що пов'язано з безліччю умов і факторів, що впливають на позитивний результат прийнятих людьми рішень. Історичний досвід показує, що насамперед ризик почали вивчати виходячи із недоотримання намічених результатів, що особливо проявлялось при товарно-грошових відносинах, конкуренції учасників господарського обороту.

На сучасному етапі планування виробництва найважливішою складовою є система управління ризиками, інакше *ризик менеджмент*, тобто процес прийняття і виконання управлінських рішень, спрямованих на зниження ймовірності виникнення несприятливого результату і мінімізацію можливих втрат, викликаних його реалізацією.

Процес менеджменту ризику включає, відповідно до ISO 31000:2009 «Менеджмент рисков. Принципы и руководящие указания», наступні елементи:

- обмін інформацією і консультації;
- встановлення області застосування менеджменту ризику;
- оцінку ризику (включаючи ідентифікацію ризику, аналіз і порівняльну оцінку ризику);
- обробку ризику;
- моніторинг і аналіз ризику.

Оцінка ризику є частиною процесу менеджменту ризику і є структурованим процесом, в рамках якого ідентифікують способи досягнення поставленої мети, проводять аналіз наслідків і вірогідності виникнення небезпечних подій для прийняття рішення про необхідність обробки ризику.

Оцінка ризику дозволяє відповісти на наступні основні питання:

- які події можуть відбутися і їх причина (ідентифікація небезпечних подій);
- які наслідки цих подій;
- яка вірогідність їх виникнення;
- які чинники можуть скоротити несприятливі наслідки або зменшити вірогідність виникнення небезпечних ситуацій.

Постановка задачі. Для оцінки ризиків застосовуються різні методи, у тому числі й математичні. Одним з успішно вживаних методів кількісної оцінки ризиків, згідно ISO/IEC 31010:2009 «Risk management - Risk assessment techniques», є марківський аналіз (application Markov techniques).

Відомо, що випадковий процес називається марківським, якщо вірогідність переходу системи в новий стан залежить тільки від стану системи зараз і не залежить від того, коли і яким чином система перейшла до цього стану. Таким чином, даний метод можна використовувати для оцінки ризику технічних систем з різною структурою, але що мають тільки два стани - ремонтопридатний та неремонтопридатний, включаючи:

- системи з паралельними незалежними компонентами;
- системи з послідовними незалежними компонентами;
- системи з розподіленим навантаженням;
- резервовані системи, включаючи випадок, коли може відбутися відмова функцій перемикання;
- деградуючі системи.

Марківський аналіз також може бути використаний для розрахунку експлуатаційної готовності, включаючи розрахунок необхідних компонентів запчастин для ремонту, необхідної працездатності.

Марківський аналіз заснований на понятті «стану» (наприклад, працездатний і непрацездатний стани) і переходу між цими станами у часі, припускаючи вірогідність переходу не тільки постійною. Система у цілому, проте, може існувати у різних станах, кожне з яких визначається специфічною комбінацією працездатного і непрацездатного станів її елементів. Таким чином, у момент відмови або відновлення елемента система переходить з одного стану до наступного. Звичайно таку модель називають Марківським процесом з дискретними станами і безперервним або дискретним часом.

Головною перевагою застосування методів марківського аналізу з урахуванням всіх обмежень є те, що стратегії технічного обслуговування, наприклад, пріоритети відновлення, можна легко змоделювати. Крім того, в моделі можна відобразити порядок, в якому відбуваються багатократні відмови.

Розглянемо ситуацію, коли модельований процес характеризується дискретним часом. Система S має n можливих дискретних станів: S_1, $S_2, \ldots,$ S_n. Зміна станів відбувається миттєво і в строго певні моменти часу t_i, i=1,2,... . Аналіз марківських процесів звичайно проводиться за допомогою графа станів і переходів (рис.1), який графічно зображає не тільки можливі стани системи і можливі переходи із стану до стану, але також і значення вірогідності такого переходу.

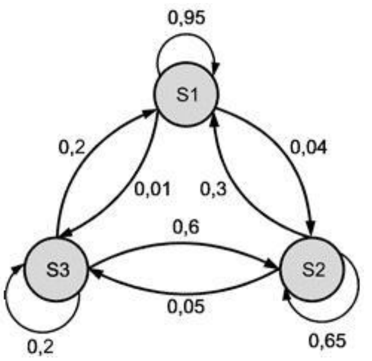

Рисунок 1 – Граф станів і переходів.

Графу системи, що містить n вершин, можна поставити у відповідність матрицю $n\times n$, елементами якої є вірогідності переходів p_{ij} (transition probability) між вершинами графа, так звану матрицю вірогідностей переходів:

$$\left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \cdots p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} \cdots p_{2n} \\ \ldots & \ldots \quad \ldots \\ p_{n1} & p_{n2} \cdots p_{nn} \end{vmatrix}, \qquad 0 \le p_{ij} \le 1, \qquad \sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1. \qquad (1)$$

При цьому під *переходом* (transition) розумітимемо зміну одного стану системи на інший, що звичайно відбувається у результаті відмови або відновлення елемента системи. Перехід може бути також викликаний іншими подіями, такими як людські помилки, зовнішні події, реконфигурації програмного забезпечення і т.ін.

Вірогідність затримки (тобто елементи головної діагоналі) для кожного із станів, як правило, невідома. Її визначають з умови рівності одиниці всіх елементів у рядку.

Хай у будь-який момент часу (після будь-якого кроку) досліджувана система може перебувати в одному із станів $S_1, S_2, \ldots S_n$, тобто в результаті кроку k здійсниться одна з повної групи несумісних подій $S_1^{(k)}, S_2^{(k)}, \ldots, S_n^{(k)}$. Позначивши вірогідність цих подій для k-го кроку через

$$p_1(k) = p(S_1^{(k)}),\ p_2(k) = p(S_2^{(k)}), \ldots, p_i(k) = p(S_i^{(k)}), \ldots, p_n(k) = p(S_n^{(k)}), \qquad (2)$$

легко бачити, що для кожного кроку k

$$p_1(k) + p_2(k) + \ldots + p_i(k) + \ldots + p_n(k) = 1 \qquad (3)$$

Вірогідності $p_i(k), \quad i = \overline{1,n}$ називають вірогідностями станів.

Звичайно при оцінці ризику поломки (аварії) деякої системи відомі вірогідності переходу p_{ij} системи за один крок із стану S_i до стану S_j. Необхідно визначити вірогідності станів системи (що і є величиною ризику) після k-го кроку, тобто $p_j(k)$, $j = \overline{1,n}$. Математичною моделлю знаходження вірогідностей станів однорідного марківського ланцюга є рекурентна залежність:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^{n} p_i(k-1) p_{ij}\ , \qquad (4)$$

де $p_j(k)$ - вірогідність j -го стану системи після k-го кроку, $j = \overline{1,n}$;

$p_i(k\text{-}1)$ - вірогідність i-го стану системи після (k-1)-го кроку, $i = \overline{1,n}$;

p_{ij} - вірогідності переходів із стану S_i до стану S_j;

n – кількість станів системи.

Покажемо застосування Марківського аналізу для оцінки ризиків деякої системи, яка може знаходиться у працездатному і непрацездатному стані, причому у разі непрацездатності одного з елементів відбувається відмова системи в обслуговуванні, але даний елемент може відновлюватися. Стан системи у початковий момент часу t=0 називатимемо початковим станом (initial state). Після відмови система може бути відновлена до початкового стану. Звичайно система починає функціонувати у момент часу t=0 з працездатного стану, в якому всі елементи системи функціонують, і переходить до непрацездатного стану через інші функціональні стани, що мають меншу кількість функціонуючих елементів.

Розглянемо складну систему, яка може знаходитися тільки у трьох станах: S_1 - працездатному, S_2 - погіршеному і S_3 - непрацездатному. Даний випадок відповідає графу станів, зображеному на рис.1. Складемо матрицю переходів для даної системи:

$$\left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0{,}95 & 0{,}04 & 0{,}01 \\ 0{,}3 & 0{,}65 & 0{,}05 \\ 0{,}2 & 0{,}6 & 0{,}2 \end{vmatrix} \tag{5}$$

По даній матриці переходів можна скласти наступну систему рівнянь для стійкого стану, доповнивши її останнім рівнянням нормування:

$$\begin{cases} 0{,}95p_1 + 0{,}3p_2 + 0{,}2p_3 = 0 \\ 0{,}04p_1 + 0{,}65p_2 + 0{,}6p_3 = 0 \\ 0{,}01p_1 + 0{,}05p_2 + 0{,}2p_3 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases} \tag{6}$$

Вирішуючи дану систему рівнянь, отримаємо такі значення вірогідності станів p_1=0,85, p_2=0,13 та p_3=0,02, що означає, що система нормально функціонує протягом 85% часу, у погіршеному стані знаходиться протягом 13% часу і в стані відмови знаходиться 2% часу.

Тепер розглянемо системи з *дискретними станами і безперервним часом*. В цьому випадку задаються не вірогідності переходів, а інтенсивності переходів. Розглянемо ситуацію, коли система складається з двох послідовних елементів, тобто для працездатності системи обидва елементи мають знаходитися в працездатному стані. Елементи можуть бути в працездатному стані або в стані відмови. Працездатність системи залежить від стану елементів.

Можливі наступні стани елементів:

- стан 0. Обидва елементи знаходяться в працездатному стані;

- стан 1. Один елемент відмовив і знаходиться на відновленні, а інший знаходиться в працездатному стані;

- стан 2. Обидва елементи відмовили і знаходяться на відновленні.

Якщо інтенсивність відмови кожного елемента прийняти рівній λ, а інтенсивність відновлень рівною μ, і вони є постійними, то діаграму стану переходів можна представити в наступному вигляді (рис.2). При цьому інтенсивність переходу із стану 0 до стану 1 дорівнює 2λ, оскільки відмова будь-якого з двох елементів приводить систему до стану 1. Припущення, пов'язані з вірогідністю переходу, можна сформулювати таким чином: переходи станів є статистично незалежними подіями та інтенсивність відмов λ і інтенсивність відновлень μ постійні.

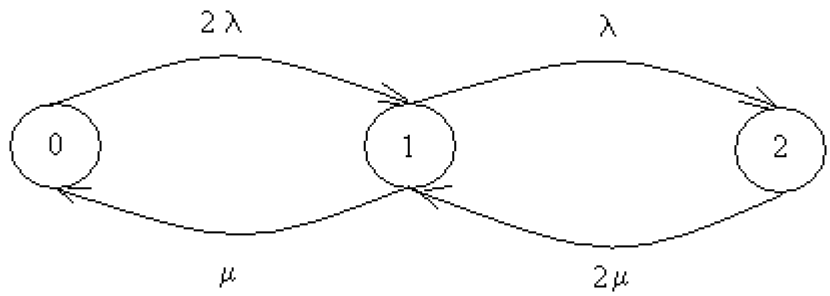

Рисунок 2 – Граф станів і переходів.

Матриця переходів для даної системи приймає наступний вигляд:

$$\left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & -2\mu \end{vmatrix} \tag{7}$$

В цьому випадку система рівнянь для стійкого стану має наступний вигляд:

$$\begin{cases} -2\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ 2\lambda p_0 - (\lambda+\mu) p_1 + 2\mu p_2 = 0 \\ \lambda p_1 - 2\mu p_2 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 = 1 \end{cases} \tag{8}$$

Рішення даної системи рівнянь будуть такими:

$$p_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}, \; p_1 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}, \; p_2 = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \tag{9}$$

Очевидно, що необхідна працездатність системи можна виразити як

$$A(t) = p_0 + p_1 = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\mu + \lambda)^2}. \qquad (10)$$

Аналогічний підхід можна застосовувати для оцінки ризиків технічних систем, що складаються з декілька елементів, що включені паралельно чи послідовно, мають певні причини для відмов та відновлень.

Висновки. Для успішного застосування математичного апарату марківських процесів з дискретними станами необхідно опрацювати повний перелік всіх станів системи (наприклад, повне функціонування, часткове функціонування (погіршення стану), відмова, відновлення); необхідно розуміти можливі переходи із стану до стану системи (наприклад, при відмові шини автомобіля необхідно досліджувати стан запасного колеса і, отже, частоти його перевірок); необхідно знати вірогідність переходу для систем з дискретним часом або інтенсивність відмов (λ) і інтенсивність відновлення (μ) для систем з безперервним часом.

Проте, даний підхід до оцінки ризиків має ряд недоліків. Спочатку нами передбачалося, що існує тільки два можливі стани елементів системи - відмова і відновлення, що істотно зменшує область застосування даного методу. Також застосування даного методу і інтерпретація результатів вимагають певної спеціальної підготовки і кваліфікаційного рівня персоналу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Application of Markov techniques. – The International Standard IEC 61165 (1995-01). – 45 p.
2. ДСТУ IEC/ISO 31010:2013 Керування ризиком. Методи загального оцінювання ризику Керування ризиком. Методи загального оцінювання ризику.
3. Мягченко О. П. Безпека життєдіяльності людини та суспільства. Навч. пос. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 384 с.
4. Ноздріна Л. В., Ящук В. І., Полотай О. І. Управління проектами: Підручник / За заг. ред. Л. В. Ноздріної. — К.: Центр учбової літератури, 2010. — 432 с.