Список літератури: **1**. *Малинин Н.Н.* "Прикладная теория пластичности и ползучести".- М.: Машиностроение, 1975. – 399 с., **2.** *Jane Lamaitre* " A Course on Damage Mechanics " 1996, - 200 с.

УДК 539.3

***ПЕТРОВА Ю. А*, *ЛАРИН А. А*.** канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ ВО ВРЕМЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ НА РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ

В данной работе проводится исследование динамического поведения пневматической шины.

Изучение данного объекта представляет сложную научно-практическую проблему в силу целого ряда особенностей: трехмерная геометрия, многослойная структура, большие прогибы при деформации, наличие контактного взаимодействия с дорожным покрытием и другие.

Проблема многослойности заключает в себе наличие роезино-кордных слоёв (каркас и брекер), механические свойства которых ортотропны. Одно из решений данной проблемы заключается в усреднении этих свойств по правилу смеси и заданию их как изотропных. Сложность задания свойств с учётом ортотропии заключается в криволинейности данных слоёвм. В качестве другого решения было предложено ввести набор локальных кусочно-тороидальных систем координат, направления осей которых повторяют геометрию соответствующих слоёв.

Используя результаты статического анализа, полученные ранее, КЭ модели шины адаптировались к изучению задач динамики. Адаптированные КЭ модели имеют изменённую геометрию, отражающую контактное взаимодействие, учитывают вес автомобиля и амортизацию.

В основе любого динамического расчёта лежит проведение модального анализа с целью определения динамических характеристик конструкции, необходимых для дальнейших расчётов. В данной работе проводится нахождение собственных частот для случаев изотропного и ортотропного задания свойств слоям каркаса и брекера.

Проведение данного анализа проводилось методом разложения в ряд по собственным формам колебаний. В результате получен набор собственных частот для двух постановок. Сравнение полученных результатов приведено в табл.1.

Для более полной картины динамического поведения шины проводится гармонический анализ. Изучается поведение шины при взаимодействии с дорожным покрытием с неровностями. Со стороны дорожного покрытия приложена гармоническая сила (в первом приближении – по закону синуса). В качестве амплитуды выступает среднее значение случайной величины неровностей грунтового дорожного покрытия.

Таблица 1 – Сравнение собственных частот изотропной и ортотропной постановки

Изотропия	Ортотропия
1.5483	1.3065
44.655	18.207
209.74	18.207
237.60	58.939
241.04	59.205

Для анализа результатов выбран набор характерных узлов, в которых ожидаются максимальные амплитуды и для них построена АЧХ. В случае изотропного задания свойств конструкция резонирует по второй собственной частоте (44.655 Гц). В ортотропном случае резонанс происходит на первых двух частотах (1.3065, 18.207 Гц) соответственно. За исключением узла, соответствующего перемещению автомобиля. В данном случае резонанс проходит только на 1-й частоте.

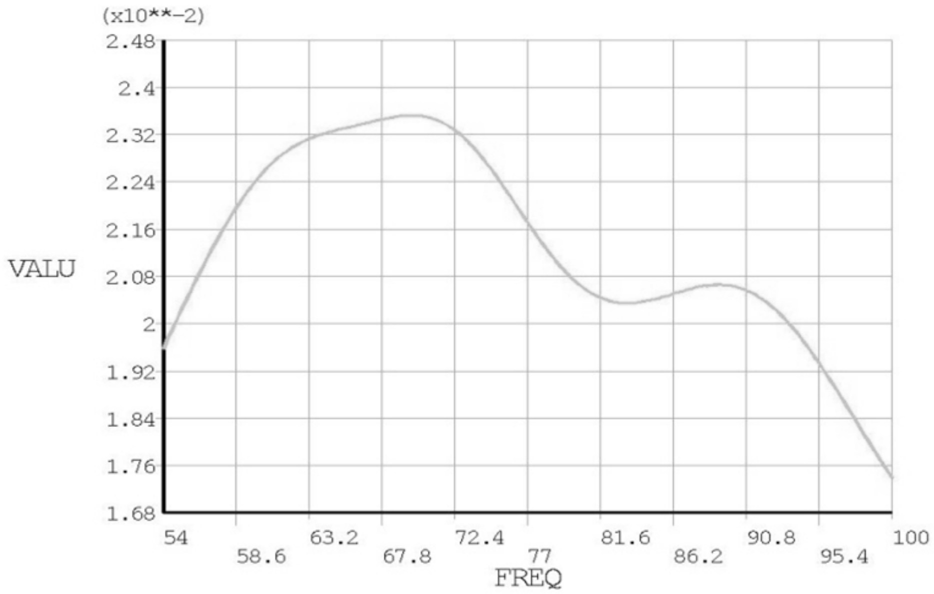

Рис. 1 – Детальное рассмотрение АЧХ характерного узла

При более детальном рассмотрении случая ортотропоного задания свойств выявлено, что отклик на внешнюю нагрузку в данном случае значительно больше, чем в изотропной постановке. При ближайшем рассмотрении пиков АЧХ для одного из характерных узлов (рис 1) вдали от второй собственной частоты выявлено возникновение пика в районе частоты 71.1, которая по результатам модального анализа не входит в список собственных частот (лежит между 7-ой и 8-ой).

В данном случае имеет место явление суперпозиции амплитуд соседних резонансных пиков, чего не наблюдалось в изотропной постановке.

Формы, суперпозиция которых реализуется в данном случае, приведены на рис. 2.

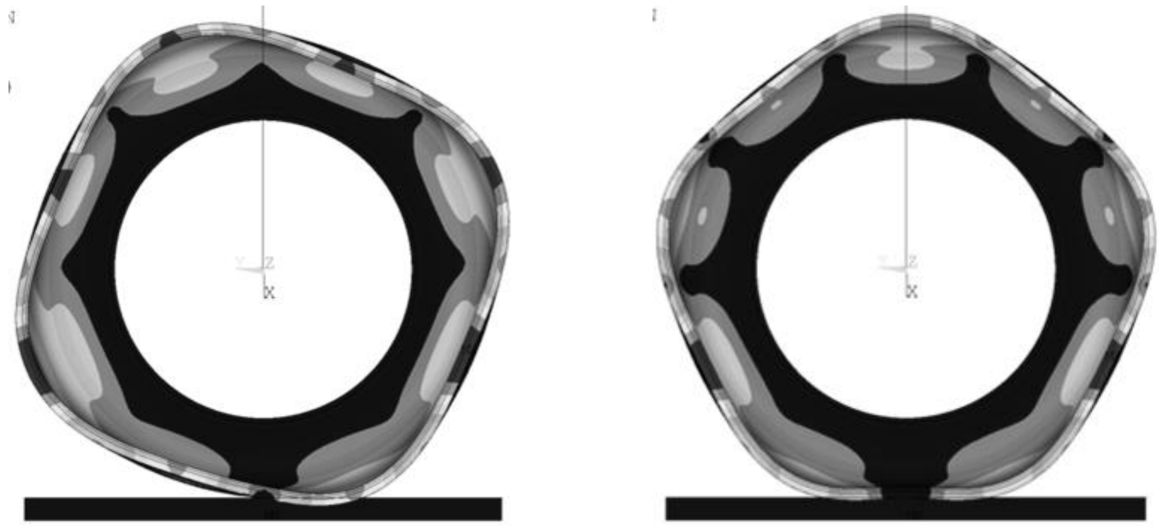

Рис. 2 – 8-я и 9-я формы колебаний для ортотропного случая

Таким образом, в данной работе проведён сравнительный анализ динамического поведения пневматической шины в изотропной и ортотропной постановках.

Найдены спектры собственных частот для обоих случаев. Сделан вывод о потере большого количества частот при изотропном задании свойств. Проведено сравнение частот, соответствующих идентичным формам колебаний. Установлено, что соответствующие частоты отличатся в 2-4 раза.

Первые частоты обоих случаев, соответствующие перемещению автомобиля, достаточно близки, что является свидетельством правильности, полученных результатов.

Для исследования возможности проявления дополнительных частот, возникших в ортотропной постановке, также проведён гармонический анализ.

Для этого случая в диапазоне 55-100Гц выявлен эффект суперпозиции нескольких собственных частот. Имеет место сильный динамический отклик с существенными амплитудами.

УДК 531

***ПЛАКСІЙ К. Ю.**, **МІХЛІН Ю. В.**,* д-р фіз.-мат. наук, проф.

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ ДИСИПАТИВНИХ СИСТЕМ З ДВОМА СТЕПЕНЯМИ СВОБОДИ В ОКОЛІ РЕЗОНАНСУ

Розглядаються дві нелінійні коливальні системи з двома степенями свободи, у яких має місце дисипація енергії за рахунок тертя, пропорційного до швидкостей: пружинно-масова система, зображена на рис. 1 та пружинно-маятникова система, зображена на рис. 2.

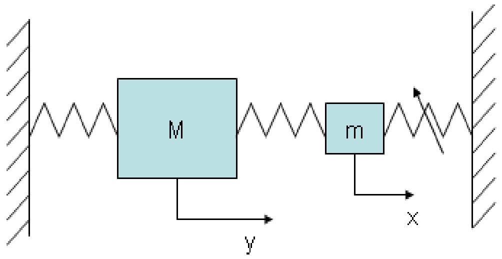

Рис. 1 – Пружинно-масова система

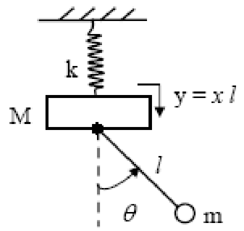

Рис. 2 – Пружинно-маятникова система

Рівняння руху пружинно-масової системи мають вигляд:

$$\begin{cases} \varepsilon\ddot{x} + \varepsilon k_x x + \varepsilon^2 q x^3 + \varepsilon \cdot 2\eta_x \dot{x} = \varepsilon\gamma_1 y \\ \ddot{y} + \omega_y^2 y + \varepsilon k_y y + \varepsilon \cdot 2\eta_y \dot{y} = \varepsilon k_y x, \end{cases} \tag{1}$$

де позначено $k_x = \dfrac{\alpha+\gamma}{m}$, $q = \dfrac{\beta}{m}$, $\gamma_1 = \dfrac{\gamma}{m}$, $2\eta_x = \dfrac{l_1}{m}$, $\omega_y = \dfrac{k}{\sqrt{M}}$, $k_y = \dfrac{\gamma}{M}$, $2\eta_y = \dfrac{l_2}{M}$, а малий параметр ε введено у припущенні малості деяких параметрів системи.

Рівняння руху пружинно-маятникової системи мають вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} + p^2 x + 2\varepsilon\eta_x \dot{x} - \alpha(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta) = 0 \\ \ddot{\theta} + 2\varepsilon\eta_\theta\dot{\theta} + \sin\theta - \ddot{x}\sin\theta = 0, \end{cases} \tag{2}$$

де позначено $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$, $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$, $p = \dfrac{\omega_1}{\omega_2}$, $\alpha = m/(m+M)$, $\tau = \omega_2 t$.

У системі (1) за умов відсутності дисипації існують дві нелінійні нормальні форми коливань: форма зв'язаних коливань $x = x(t)$, $y = y(t)$, яка є нелокалізованою, та форма $x = x(t)$, $y \equiv 0$, що є локалізованою у першому наближенні.

Застосування до системи (1) методики зведення до редукованої системи [1] відносно повної енергії K, арктангенса відношення амплітуд ψ та різниці фаз розв'язків φ, що базується на методі багатьох масштабів [2] із введенням розладу для власних частот, приводить до наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} K' = (-\dfrac{L}{R}\cos^2\psi + \dfrac{D}{F}\sin^2\psi)K - K^3\cos^2\psi\sin^2\psi[\dfrac{I}{F}\sin(2\varphi) - \dfrac{E}{F}\cos(2\varphi)] \\ \psi' = (\dfrac{L}{R} + \dfrac{D}{F})\cos\psi\sin\psi - K^2\sin\psi\cos^3\psi[\dfrac{I}{F}\sin(2\varphi) - \dfrac{E}{F}\cos(2\varphi)] \\ \varphi' = -\dfrac{S}{R} + \dfrac{P}{F} - K^2\cos^2\psi[\dfrac{Q}{F} + \dfrac{I}{F}\cos(2\varphi) + \dfrac{E}{F}\sin(2\varphi)], \end{cases} \tag{3}$$

де $D = 2\omega_x \eta_x \gamma_1 k_y N$, $Q = 6q\gamma_1^2 C_{ay}^2 W$, $S = k_y(\gamma_1(k_x - \omega_y^2) - N)$, $P = k_y \gamma_1 N(\eta_x^2 - \omega_x^2 + \omega_y^2)$, $R = 2\omega_y N$ $F = 2\omega_x NW$, $L = 2(\eta_y \omega_y N + k_y \gamma_1 \eta_x \omega_y)$, $I = 3q\gamma_1^2 W((\eta_x^2 + \varepsilon\Delta)^2 - 4\eta_x^2 \omega_y^2)$.

Дослідження редукованої системи (3) на її рівноважні розв'язки показало, що форма зв'язаних коливань втрачає стійкість в околі резонансу, тоді як локалізована форма залишається стійкою незалежно від початкових умов та параметрів системи. Встановлено, що в околі резонансу відбувається перехід від нелокалізованої форми до локалізованої при $t \to \infty$. При цьому виникнення нових режимів коливань не відбувається.

На рис. 3 зображена залежність $\varphi(\psi)$. Пряма $\psi = 0$ відповідає формі зв'язаних коливань, а пряма $\psi = \pi/2$ – локалізованій по x формі коливань.

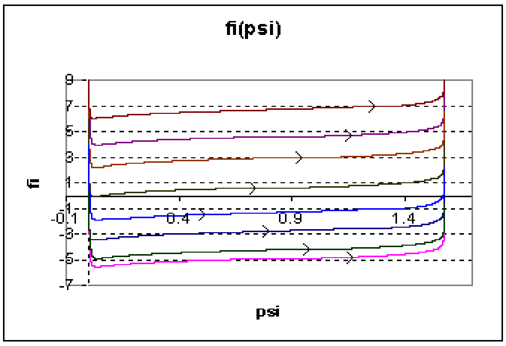

Рис. 3 – Залежність $\varphi(\psi)$

На рис. 4, 5 приведені графічні залежності у конфігураційному просторі для форми зв'язаних коливань та локалізованої форми відповідно. Очевидно, що форма зв'язаних коливань є нестійкою в околі внутрішнього резонансу, а локалізована по x форма є стійкою.

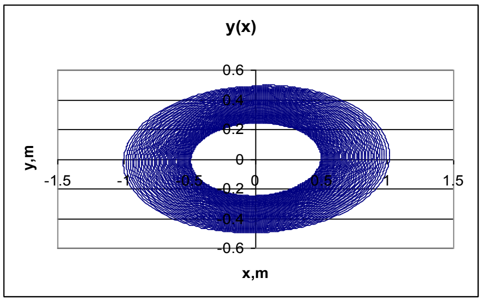

Рис. 4 – Залежність $y(x)$

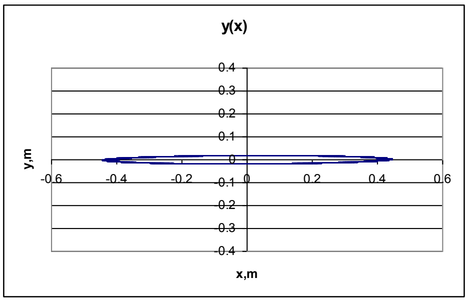

Рис. 5 – Залежність $y(x)$

У системі (2) існують дві нелінійні нормальні форми коливань: вертикальні коливання – x-форма ($x = x(t)$, $\theta = 0$), що є локалізованою, та θ-форма, коли змінюються дві координати ($x = x(t)$, $\theta = \theta(t)$), і яка є нелокалізованою.

Застосування до системи (2) методики зведення до редукованої системи [1] відносно повної енергії R, арктангенса відношення амплітуд ψ та різниці фаз розв'язків φ приводить до наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} R' = -R(\eta_x \cos^2 \psi + \eta_\theta \sin^2 \psi) \\ \psi' = R \sin \psi(-\sqrt{\alpha} \sin \varphi + (\eta_x - \eta_\theta) \cos \psi) \\ \varphi' = (\sqrt{\alpha} R \dfrac{\sin^2 \psi}{\cos \psi} - 2\sqrt{\alpha} R \cos \psi) \cos \varphi + \dfrac{\Delta}{4}. \end{cases} \quad (4)$$

Дослідження редукованої системи (4) на рівноважні розв'язки показало, що залежно від рівня початкової енергії система може потрапити в область, де з'являється біфуркація, а вертикальні коливання втрачають стійкість і відбувається перехід до двох форм зв'язаних коливань. З часом, коли енергія спадає, відбувається вихід з цієї області, біфуркація зникає, а вертикальна форма знов стає стійкою.

На рис. 6, 7 зображені відповідно залежності $\varphi(\psi)$ для випадку, коли система потрапляє в область існування біфуркації, та випадку, коли система не потрапляє в дану область. Пряма $\psi = 0$ відповідає локалізованим коливанням.

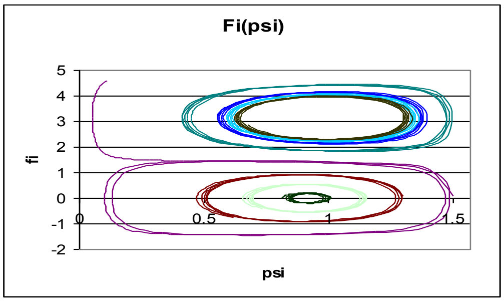

Рис. 6 – Залежність $\varphi(\psi)$

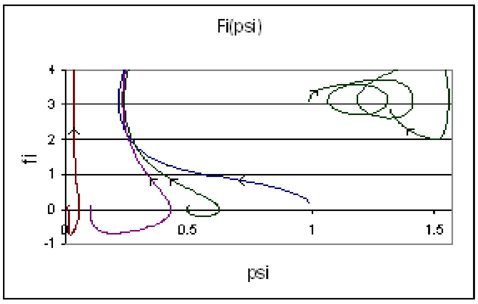

Рис. 7 – Залежність $\varphi(\psi)$

На рис. 8, 9 представлені відповідно графічні залежності у конфігураційному просторі для локалізованої форми за наявності біфуркації та у випадку, коли біфуркація не відбувається. Очевидно, на рис. 8 вертикальні коливання втрачають стійкість, тоді як на рис. 9 вони залишаються стійкими.

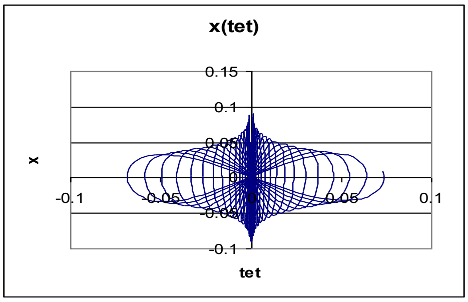

Рис. 8 – Залежність $x(\theta)$

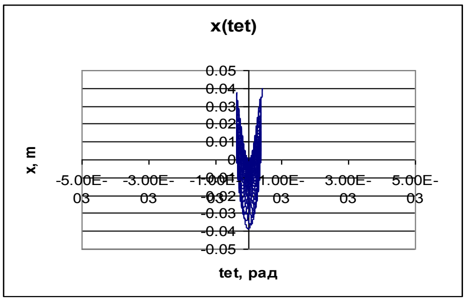

Рис. 9 – Залежність $x(\theta)$

Для системи (2) було проведено додаткове дослідження на стійкість вертикальних коливань на основі лінеаризованих рівнянь у варіаціях та зведення їх до рівняння Матьє. Отримано: стійкість вертикальних коливань залежить від часу, що підтверджує результати дослідження за редукованою системою.

На рис. 10, 11 зображені границі стійкості/нестійкості для вертикальних коливань системи (2). Нескладно бачити, що області нестійкості, розташовані всередині граничних ліній, звужуються з часом, тобто нестійкі на початку процесу вертикальні коливання з плином часу набувають стійкості.

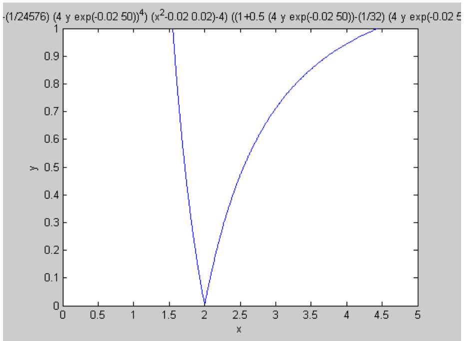

Рис. 10 – Границі при $\tau = 50$

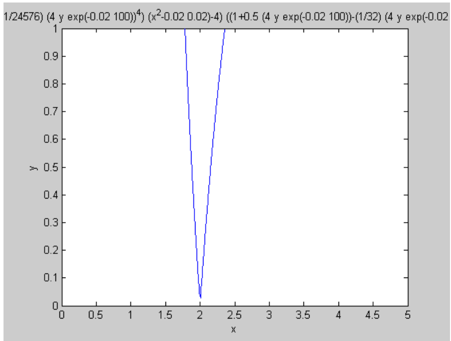

Рис. 11 – Границі при $\tau = 100$

Достовірність отриманих нових результатів підтверджується чисельними та чисельно-аналітичними експериментами на ПЕОМ.

Список літератури: 1. *Wang F.* Nonlinear Normal Modes and Their Bifurcations for an Inertially-Coupled Nonlinear Conservative System/ F.Wang, A.Bajaj, K.Kamiya// Purdue university, 2005, 54 p. **2.** *Найфэ А.Х.* Методы возмущений/ А.Х.Найфэ– М., Мир, 1973, 454с.

УДК 539.3

***<u>КОНДРИКОВА А. А.</u>*, *ЛАРИН А. А.*,** канд. техн. наук, доц.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ КОНСТАНТ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОМПОЗИТОВ, ВХОДЯЩИХ В СОСТАВ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ, С ПОСЛЕДУЮЩИМ АНАЛИЗОМ ЕЕ НДС

Одной из особенностей шин является их многослойная структура, которая предполагает использование композитов в качестве материалов некоторых слоев (на рис.1 представлена схема расположения основных слоев шины, которые учтены в работе). Идея, реализованная в конструкции радиальной шины, сводится к следующему: брекер, изготавливаемый из перекрестно армированных слоев металлокорда, представляет силовую основу шины и определяет ее прочность в беговой части. Каркас радиальной шины выполнен из произвольного числа резинокордных слоев, уложенных в меридиональном направлении. Для усиления бортовой части шины принимают дополнительные меры по увеличению ее жесткости за счет установки текстильных или металлокордных бортовых лент, а также резиновых деталей повышенной жесткости. В данной работе учитывалась ортотропия механических свойств каркаса и брекера.

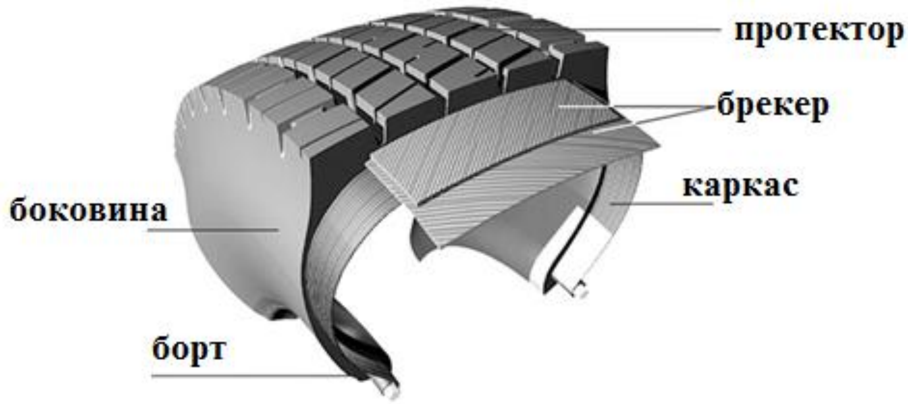

Рис. 1 – Многослойная структура пневматической шины

Рассматриваемый в задаче материал (резинокорд) может быть смоделирован однородной ортотропной средой, главные оси которой совпадают с координатными осями. Для определения упругих констант такого материала можно воспользоваться вычислительными экспериментами, реализованными в программном комплексе. При этом выбирается представительный (характерный) элемент в виде прямоугольного параллелепипеда с включениями и размерами $2l_x$, $2l_y$, $2l_z$, соответствующими расстояниям между центрами волокон по направлению осей координат. Волокна ориентированы параллельно оси z. Ниже на рисунке представлена рассматриваемая схема армирования (рис.2):

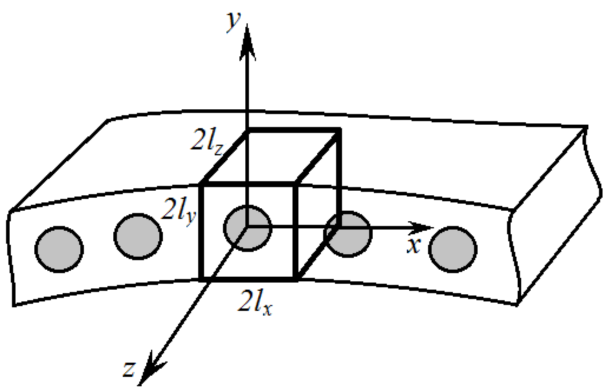

Рис. 2 – Представительный элемент рассматриваемой схемы армирования.

Для определения эффективных характеристик материала определяются компоненты тензора напряжений и тензора деформаций для шести вариантов кинематических краевых условий, соответствующих «жесткому» нагружению представительного объема.

Полученные таким образом свойства материалов для слоев каркаса и брекера были применены при проведении расчета контактной задачи шины с дорогой в программном комплексе ANSYS. В качестве внешних нагрузок задавалось внутреннее давление 2 атм. и осевая нагрузка, соответствующая массе автомобиля 1 т. Расчет проводился с учетом геометрической нелинейности задачи.

Список литературы: **1.** *Бухин Б.Л.* Введение в механику пневматических шин. – М: Химия, 1988. – 224 с. ***2.*** *Кнороз В.И.* Работа автомобильной шины. – М.: «Транспорт», 1976. **3.** *Pelc J.* Material modeling in cord-rubber structures // KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 53.Jahrgang, no.10, PP.561-565. **4.** *Демидович П.Н., Шешенин С.В.* О вычислении свойств резинокорда // Тезисы научной конференции «Ломоносовские чтения». – Москва: МГУ, апрель 2010 г. – С. 48–49. **5.** *Tönük, E.* Computer Simulation of Dynamic Behavior of Pneumatic Tires, Ph. D. Thesis, Mechanical Engineering Department., Middle East Technical University. – Ankara, 1998. **6.** . *Н.А. Алфутов, П.А. Зиновьев, Б.Г. Попов* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. **7.** *Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов* Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин. – М.: Машиностроение, 1988.

УДК 531

РУДЕНКО А. О., ФЕДОРОВ В. О., доц, канд. техн. наук

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЕФЕКТИВНИХ ЗСУВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

Вступ. Проблема визначення ефективних характеристик композита по заданих характеристикам його компонентів знаходиться в центрі уваги багатьох досліджень. Одним із методів побудови математичної моделі механічних властивостей (метод структурних моделей) умовно представляє матеріал у виді структури, яка складається з простих, зазвичай одномірних, елементів, з’єднаних паралельно чи (і) послідовно. Композити мають реальну структуру з відомими параметрами. Тому застосування до них таких структурних моделей доречно. Важливим достоїнством структурних моделей є те, що їх гіпотези застосовуються і до не пружних композитів, а також узагальнюються на не одновісні напружені стани.

Постановка задачі. Розглянемо однонаправлений безперервно армований композит. В мікромасштабі – це неоднорідний ізотропний чи трансверсально-ізотропний матеріал з модулем зсуву G_{13}=G_{23}=$G(x_1,x_2)$. Неоднорідність – двояко-періодична з періодами $2a_1$ і $2a_2$ по координатах x_1 і x_2. Передбачаються також дві системи площин симетрії неоднорідності,