2.7. *Электрический колебательный контур*

Электрические колебания, при которых колеблющимися величинами являются ток, напряжение, величина электрического заряда, имеют огромное практическое значение в радиотехнике, радиофизике, электронике и др. областях. Среди широкого класса электрических колебательных процессов особое место занимают гармонические колебания. В частности, они используются для генерации электромагнитных волн, с помощью которых осуществляется передача информации на расстояние по проводным и беспроводным линиям связи. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний синусоидальной формы используется колебательный контур – цепь, состоящая из катушки индуктивности, конденсатора и активного сопротивления. В идеализированной колебательной системе, со знакомства с которой мы и начнем, активным сопротивлением пренебрежем. Таким образом, идеальный колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C и катушки с индуктивностью L (*рис. 2.3*). Рассмотрим физические процессы в такой цепи.

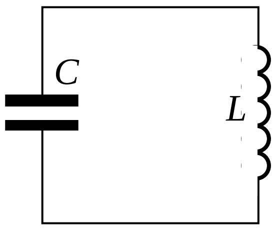

Рис. 2.3

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $+Q$ и $-Q$. Тогда в начальный момент времени t=0 между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого

$$W_C = \frac{Q^2}{2C}.$$

Если замкнуть конденсатор через катушку индуктивности, он начнет разряжаться и в контуре потечет возрастающий со временем ток I. В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки, определяемая по формуле

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2,$$

будет возрастать. Если пренебречь активным сопротивлением катушки и излучением электромагнитной энергии элементами контура, то полная энергия системы останется постоянной, т.е.

$$W_{полн} = \frac{1}{2}(\frac{Q^2}{C} + LI^2) = const.$$

Следовательно, идеальный колебательный контур является консервативной колебательной системой.

В некоторый момент времени (он равен четверти периода колебаний $T/4$), когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля уменьшится до нуля, энергия магнитного поля, а, следовательно, и ток, достигнут максимального значения. Начиная с этого момента, ток в контуре будет убывать; следовательно, начнет уменьшаться и магнитное поле. В катушке индуцируется ток, который течет (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разряда конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в момент $T/2$ обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума, но с обратным знаком. Далее те же процессы будут протекать в обратном направлении, и система к моменту времени $t=T$ вернется в первоначальное состояние. Таким образом, в контуре периодически изменяются (колеблются) заряд конденсатора, сила тока, напряжение на обкладках конденсатора. Следовательно, в контуре возникают колебания электрических величин (электрические колебания), причем колебания сопровождаются превращением энергий электрического и магнитного полей.

Электрические колебания можно сопоставить с механическими колебаниями маятника. При этом энергия электрического поля конденсатора аналогична потенциальной энергии, а энергия магнитного поля катушки аналогична кинетической энергии.

Для получения уравнения колебаний в контуре приравняем напряжения на катушке и конденсаторе (очевидно, они равны в любой момент времени):

$$U_C = U_L.$$

Известно, что напряжение на конденсаторе $U_C = \frac{Q}{C}$, а напряжение на катушке определяется явлением самоиндукции $U_L = -L\frac{dI}{dt}$, то

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0.$$

Так как $I = \frac{dQ}{dt}$, а $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 I}{dt^2}$, то дифференциальное уравнение для заряда можно записать так:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0.$$

Следовательно, в идеальном колебательном контуре происходят гармонические колебания электрического заряда конденсатора с частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

и периодом (формула Томпсона):

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Изменение заряда во времени описывается выражением

$$Q(t) = Q_m \cos\omega_0 t.$$

Тогда соответствующие выражения для тока и напряжения имеют вид:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin\omega_0 t = I_m \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}),$$
$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C}\cos\omega_0 t = U_m \cos\omega_0 t.$$

Из последних выражений можно сделать следующий важный практический вывод: колебания тока в цепи опережают по фазе на $\pi/2$ *рад* колебания величины заряда конденсатора и напряжения на конденсаторе. Это значит, что когда ток достигает максимального значения, то заряд конденсатора и напряжение на нем уменьшаются до нуля, и наоборот.